



CNAS—GL007

电器领域不确定度的评估指南

Guidance on Evaluating the Uncertainty in Electrical
Apparatus Testing

中国合格评定国家认可委员会

目 次

前 言.....	2
1 概 论.....	3
2 基本概念.....	5
3 不确定度的评定.....	15
附录 A 输入功率和电流测量方法不确定度 1.....	43
附录 B 输入功率和电流测量方法不确定度 2.....	50
附录 C 输入功率和电流测量方法不确定度 3.....	54
附录 D 泄漏电流测量方法不确定度.....	58
附录 E 接地电阻测量方法不确定度.....	63
附录 F 电气强度测试方法不确定度 1.....	66
附录 G 电气强度测试方法不确定度 2.....	69
附录 H 温升测量方法不确定度 1.....	73
附录 I 温升测量方法不确定度 2.....	77
附录 J 耐漏电起痕试验不确定度.....	86
附录 K 螺钉测量方法不确定度.....	89
附录 L 螺钉力矩试验不确定度.....	92
附录 M 爬电距离与电气间隙测量方法不确定度.....	94
附录 N 耐热（球压）试验不确定度.....	100
附录 O 噪声测量方法不确定度.....	103
附录 P 平衡环境型房间量热计测量空调器制冷量的不确定度.....	109
附录 Q t 分布临界值 $t_p(v)$ 表.....	118
参考文献.....	119

前 言

本指南旨在为电器领域实验室进行不确定度评估提供指导。

本文件是 CNAS 实验室的指南性文件,只对电器领域检测实验室在实施认可准则时提供指引,并不增加对 CNAS-CL01 《检测和校准实验室能力认可准则》的要求。

本文件代替 CNAS-GL08:2006 《电器领域不确定度的评估指南》。

本次修订是按 CNAS 统一要求调整文件编号,内容没有变化。

电器领域不确定度的评估指南

1 概论

1.1 研究不确定度的意义

长期以来，误差和误差分析一直是计量学领域的一个重要组成部分。由于测量实验方法和实验设备的不完善，周围环境的影响，以及受人们认识能力所限等，测量和实验所得数据和被测量真值之间，不可避免地存在着差异，即误差。目前，人们普遍认为，即使对完全已知或猜测的误差因素进行补偿、修正后，所得结果依然只能是被测量的一个估计值，即对如何用测量结果更好地表示被测量的值仍有怀疑。这时，不确定度概念作为测量史上的一个新生事物出现了。只有伴随不确定度的定量陈述，测量结果才可以说是完整的。

不确定度，顾名思义即测量结果的不能肯定程度，反过来也即表明该结果的可信赖程度。它是测量结果质量的指标。不确定度愈小，所述结果与被测量真值越接近，质量越高，水平越高，其使用价值也越高；不确定度越大，测量结果的质量越低，水平越低，其使用价值也越低。在报告物理量的测量结果时，必须给出相应的不确定度，一方面便于使用它的人评定其可靠性，另一方面也增强了测量结果之间的可比性。

测量不确定度必须正确评定。不确定度如果评定过大，会使用户认为现有的测量水平不能满足需要而去购买更加昂贵的仪器，导致不必要的投资，造成浪费，或对检定实验室的服务工作产生干扰；不确定度评定过小，会因要求过于严格对产品质量、生产加工造成危害，使企业蒙受经济损失。

鉴于不确定度的重要性，寻求一种便于使用、易于掌握且普遍认可的计算和表示不确定度的方法具有很大意义。正如国际单位制（SI）的普遍应用使所有的科学与技术测量趋于一致那样，不确定度计算和表达在全世界范围内的一致，也将使得科学、工程、商业、工业和管理方面的测量结果的重要性易于理解和说明。也只有这样，才便于对不同国家所作的测量进行比较。在当今全球市场一体化的时代，这项研究是必然的也是必须的。

不确定度在本质上是由于测量技术水平、人类认识能力所限造成的。同时它也是判定基准标准精度、检测水平高低以及测量质量的一个重要依据。在 ISO/IEC 导则 25 “校准实验室与测试实验室能力的通用要求”中指明，校准实验室的每份证书或报告必须包含有关校准或测试结果不确定度的说明。

随着不确定度理论的推广与深入研究，现在，它不仅已成为计量科学领域的一个重要分支，在其它领域如质量管理和质量保证中，也得到了重视和应用。ISO9001 中对测量结果的不确定度均有明确要求。

1.2 不确定度研究的国际动态

1927 年，海森堡提出了量子力学中的不确定关系，又称测不准关系，1970 年前后，一些计量学和其它领域学者，逐渐使用不确定度一词，但含义不清。1978 年 A.S.Hornby 等所编词典（The Advanced Learner's Dictionary English-English-Chinese）指出：不确定度(Uncertainty)为变化、不可靠、不确知、不确定。

鉴于国际间理解和表示不确定度的不一致，1978 年 5 月，国际计量局(BIPM)发出了不确定度征求意见稿。1980 年国际计量局在讨论了各国及国际专业组织意见后，提出了实验不确定度建议书 INC-1 (1980)·实验不确定度表示。1986 年国际计量委员会 (CIPM) 第 75 届会议决定推广 INC-1，提出了建议书 1(CI-1986)：在 CIPM 赞助进行的工作中不确定度的表示。

同年，由国际标准化组织 ISO，国际电工委员会(IEC)，国际计量委员会(CIPM)，国际法制计量组织(OIML)组成了国际不确定度工作组，负责制定在标准化、检定、实验室认可及计量服务中使用的测量不确定度指南。

国际不确定度工作组经多年研究、讨论，征求各国及国际专业组织意见，反复修改，1993 年制定了《测量不确定度表示指南》(简称指南 GUM)。指南得到了 BIPM、OIML、ISO、IEC 及国际理论与应用化学联合会(IUPAC)，国际理论与应用物理联合会(IUPAP)，国际临床化学联合会(IFCC)的批准，由 ISO 出版成为国际组织的重要权威文献。

GUM 自 1993 年出版以来，在世界范围内得到了广泛的应用和发行。美国标准与技术研究院(NIST)于 1993 年制定了基于 GUM 的《NIST 评定与表示测量结果不确定度准则》，所有 NIST 报告均以它为依据。欧洲实验室认证合作体(EAL)，加拿大国家研究委员会(NEC)，北美测量标准协作体(NORAMET)，北美校准合作体(NACC)，英国国家实验室认可委员会(NAMAS)都已采用 GUM。我国有关部门及人士对此也极为重视，中国计量科学院于 1996 年 11 月制定了《测量不确定度规范》。1999 年 1 月国家质量技术监督局发布了国家计量技术规范 JJF 1059-1999《测量不确定度评定与表示》。

GUM 的颁布与实施，使不确定度的评定与表示在世界范围内有了统一标准，从而推动不确定度的研究和应用进入一个新阶段。

1.3 应用范围

GUM 指南文件建立了评定和表示不确定度的规则。它可用于各种准确度等级的测量，并可用于从基础研究到商业活动的各种场合。本指南应用于电器检测不确定度评定。

2 基本概念

2.1 不确定度的定义及说明

测量不确定度的定义为：与测量结果相联系参数，表征合理地赋予被测量量值的分散性。

由于测试技术的不完善，人类认识能力所限，被测量的“真值”是不可知的，在实际工作中能得到的仅是“合理赋予被测量的值”，且不止一个，可以是多个。这些值的分散性就是不确定度。它表示出测量结果的范围，被测量的真值以一定的概率落于其中。

对不确定度的定义有以下几点补充说明：

(1) 众所周知，对同一被测量进行多次重复测量，由于误差因素的影响，各个测得值一般皆不相同。它们围绕着测量列的算术平均值有一定的分散，此分散说明了测量列中单次测得值的不可靠。误差理论中提出用标准差 σ 来表征这种不可靠性。

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

\bar{x} —— 算术平均值

n —— 测量次数

标准差 σ 越小，分散度就小；反之，分散度就越大。

在不确定度应用中，我们依然采用标准差 σ 作为表征分散性的参数，也可以是标准差的给定倍数 $k\sigma$ ，(k 必须说明)，或是具备某置信水平的区间的半宽度。例如：多个值中 95% 落于区间 $[a_-, a_+]$ 内，则具有置信水准 $p=95\%$ ，区间半宽度为 $\frac{1}{2}(a_+ - a_-)$ ，表征分散性的参数也即为 $\frac{1}{2}(a_+ - a_-)$ 。

(2) 测量不确定度一般包括许多分量。有些分量可由系列测量结果的统计分布评定，并用实验标准差表征。另外一些分量是根据经验或其它信息，通过假定的概率分布计算出来，也可用标准差表征。不确定度的这两类分量除了它们的评定方法不同外，并无计量学

上的本质区别。两种计算方法实际上也都是基于概率分布的（前者确切已知，后者通过假设确定）。用任何一种方法得到的不确定度分量均可用标准差定量。

（3）不确定度是测量结果的一个参数，这里的测量结果应是被测量值的最佳估计。通常对一被测量进行多次重复测量，在剔除具有明显粗大误差的量值后，取测量列的算术平均值($\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$)作为最终测量结果。如果有确切已知的系统误差，还应对算术平均值再进行补偿修正，才能作为被测量值的最佳估计。

（4）全部不确定度分量，应包含由系统效应产生的分量，如修正值本身的不确定度和参考标准具有的不确定度都会影响结果的分散性。

（5）不确定度恒为正值。

2.2 不确定度的基本术语

2.2.1 标准不确定度(Standard uncertainty)

以标准差表征的测量结果不确定度。

2.2.2(不确定度的)A 类评定(Type A evaluation of uncertainty)

用对观测列进行统计分析的方法来评定标准不确定度。

2.2.3（不确定度的）B 类评定（Type B evaluation of uncertainty）

用不同于对观测列进行统计分析的方法来评定不确定度。

2.2.4 合成标准不确定度（Combined standard uncertainty）

测量结果由其它量值得来时，按其它量的方差或协方差算出的标准不确定度。记为 $u_c(y)$ ，也可简记为 u_c 或 $u(y)$ 。

2.2.5 扩展不确定度（Expanded uncertainty）

用于确定测量结果区间的量。合理赋予被测量的值分布的大部分可望落于该区间。扩展不确定度有时也称为展伸不确定度、范围不确定度。

由于合理赋予被测量的值不只一个，而是多个。具有一定分散性，对测量结果 y 而言，若其扩展不确定度为 U ，则被测量的值将以一定概率包含于区间 $[y-U, y+U]$ 中。

2.2.6 包含因子（Coverage factor）

为获得扩展不确定度；对合成标准不确定度所乘的数字因子，记为 k 。包含因子有时也称为覆盖因子。

2.2.7 置信概率（Level of confidence）

扩展不确定度确定的测量结果区间包含合理赋予被测量值分布的概率，记为 p ，有时也称为置信水准、置信水平。

2.2.8 自由度 (Degrees of freedom)

在方差计算中，和的项数减去对和的限制条件数，记为 ν 。

自由度反映相应实验标准差的可靠程度，自由度越大，可靠程度越高。

2.2.9 相对不确定度 (Relative uncertainty)

不确定度除以测量结果的绝对值， $\frac{u_c(y)}{y}$ (设 $|y| \neq 0$)。

测量结果的不确定度有时可以用相对不确定度表示。

2.3 两组概念的辨析

2.3.1 误差与不确定度

误差与不确定度是计量学中两个相互关联又相互区别的概念。人们提出这两个概念的目的都是为了寻求如何以实验和测量所得结果来更恰当、更准确地体现被测量的真实情况。

误差为测得值与被测量真值之差。即误差=测得值-真值。

不确定度是被测量值可能出现的范围。

2.3.1.1. 二者的联系

误差与不确定度都是由相同因素造成的：随机效应和系统效应。

随机效应是由于未预料到的变化或影响量的随时间和空间变化所致。它引起了被测量重复观测值的变化。这种效应的影响不能借助修正进行补偿，但可通过增加观测次数而减小。其期望值为零。

系统效应是由固定不变的或按确定规律变化的因素造成的。但由于人类认识的不足，也不能确切知道其数值，因此也无法完全清除，但通常可以减小。系统效应产生的影响有些是可以识别的，有些是未知的，如果已知影响能定量给出，而且其大小对测量所要求的准确度而言有意义的话，则可采用估计的修正值或修正因子对结果加以修正。

由于随机效应和系统效应的存在，使得被测量的真值无法确知，每个测量结果也都具有一定的不可靠性，导致误差和不确定度的产生。

2.3.1.2. 二者区别

a. 误差是相对被测量真值而言的，它是测量结果与真值之差，由于真值的不可知性，

实际上误差也只能是个理想概念，不可能得到它的准确值。

不确定度以测量结果本身为研究对象，其含义不是“与真值之差”或“误差限”、“极限误差”，而是表示由于随机影响和系统影响的存在而对测量结果不能肯定的程度，表征被测量值可能出现的范围。它是以测量结果为中心，以标准差或其倍数，或某置信区间半宽度确定的被测量的取值范围。确保真值以一定概率落于其中。因而，它是测量结果的一个量化属性。

b. 误差和不确定度的分类方法截然不同。

误差根据其性质可分为两类：随机误差和系统误差。

随机误差：测量结果与重复性条件下对同一量进行无限多次测量所得结果的平均值之差。随机误差大抵是由于随机影响造成的。注意，观察列的平均值的实验标准差并不是平均值的随机误差，而恰恰是随机影响引起的平均值的不确定度，这些效应产生的平均值的随机误差不可能准确知道。

系统误差：在重复性条件下，对同一被测量进行无限多次测量所得结果的平均值与被测量真值之差。系统误差是由已知系统影响和未知系统影响产生的，通过对已知系统影响的修正可以减小，但不可能为零。同时，修正值或修正因子的不完善，也会导致测量结果的不确定度，但不是由于系统影响补偿不理想而产生的误差。

不确定度按照分量的评定方法分为 A 类 B 类，但并非“随机”和“系统”的代用词。用 A 类或 B 类评定方法均可得到已知系统影响修正值的不确定度，随机影响的不确定度计算也是如此。两种评定方法均基于概率分布，得到的分量在本质上不存在差异。实际应用中，无须将它们与随机或系统对应起来。

c. 误差取一个符号，非正即负。不确定度恒为正值。当由方差得出时，取其正平方根。

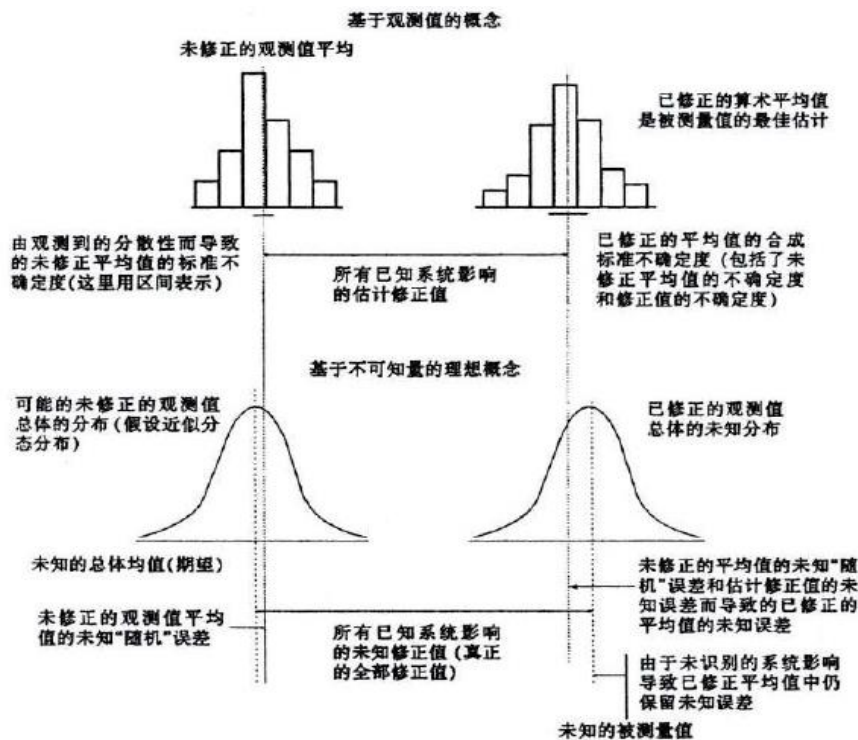


图 1 被测量值、误差及不确定度关系

d. 不确定度是由随机影响和对系统影响结果的不完善修正产生的。在计算测量结果的不确定度时，不会考虑到未被认识的系统影响，但这种影响会导致误差的出现。因此，即使计算出来的不确定度很小，仍不能保证测量结果的误差很小。或者说，测量结果的不确定度未必是测量结果接近被测量值的指示值，它仅为与目前可用的知识相符的最佳值接近程度的近似性估计。不确定度不能用于测量结果和真值之间的差异显示，但可用于测量结果之间的比较。不确定度越小，则测量结果质量越高。

在测量中若没有忽略任何明显的系统影响时，才能认为测量结果即为被测量值的可靠估计值，其合成标准不确定度即为可能误差的可靠量度。

被测量值、误差及不确定度关系如图 1 所示。

2.3.2 准确度与不确定度

测量准确度（Accuracy of measurement）表示测量结果与被测量真值之间的一致程度。由于真值的不可知，它也只能是个定性概念而绝不能把它定量地表达为一个量值。但可以说准确度高或低。

不确定度则是被测量值分散性的一个量度，它不仅包括系统影响也包括随机影响，以一个定量的数据确定了被测量的取值范围，即所有量值可能出现的范围。它是以测量结果为中心，而并非相对真值而言。因此是个可以量化的属性。

对于测量仪器来说，要表达其准确度，只能用等别或级别，如准确度为 0.1 级，准确度为 3 等。而决不能有诸如准确度为 $\pm 10\text{mA}$ ，相对准确度为 $\pm 2 \times 10^{-5}$ 等类表达方式。

2.4 测量值的基本分布

在同一条件下，对某量进行多次重复测量，由于测量不确定度的影响，所得各个结果之间具有分散性，且呈现一定的分布规律，常见有以下几种：

2.4.1 正态分布

测量值 x 服从期望 μ 标准差 σ 的正态分布，记为

$$x \sim N(\mu, \sigma)$$

正态分布 $N(\mu, \sigma)$ ，如图 2 所示，其测量值具有以下特点：

- (1) 单峰性：距 μ 近的值比距 μ 远的值出现的概率大；
- (2) 对称性：比 μ 大某量的测量值出现的机会等于比 μ 小同一量的测量值出现的机会；
- (3) 有界性：在一定的测量条件下，很大或很小的测量值不会出现。
- (4) 抵偿性：各测量值的平均值随测量次数增大而趋于期望 μ 。

设正态分布 $N(\mu, \sigma)$ ，其概率密度函数 $f(x)$ 为：

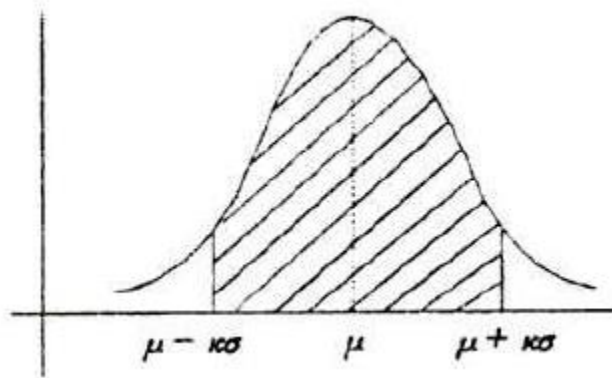


图 2 正态分布

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$f(x)$ 具有以下性质：

- (1) 曲线关于 $x = \mu$ 对称；
- (2) 当 $x = \mu$ 时取到最大值。

欲使 x 落于区间 $[\mu - k\sigma, \mu + k\sigma]$ 的置信概率为 p ，即

$$\int_{\mu - k\sigma}^{\mu + k\sigma} f(x) dx = p$$

可通过查正态分布密度函数数值表得出对应一定 p 的 k 值，常见如下表：

表 2-1 常见正态分布密度函数表

P	K	p	K
0.5	0.6745	0.9545	2
0.6827	1	0.99	2.576
0.9	1.645	0.9973	3
0.95	1.96		

正态分布 $N(\mu, \sigma)$ 中以 μ 为被测量的数学期望，一般以测量列的算术平均值估计。对被测量进行一系列等精度测量，由于存在偶然效应，其测得值皆不相同，应以全部测得值的算术平均值作为最后测量结果。如图 3 所示， μ 越大被测量值越大(如第 3 条曲线)；反之，则越小。(如第 1 条曲线 $\mu = 0$)。

测量列中的各个不同测得值围绕着算术平均值有一定的发散，此分散度说明了测量列中单次测得值不可靠性，正态分布 $N(\mu, \sigma)$ 中的 σ 即是这种不可靠性的评定标准，称为标准差。 σ 的数值小，该测量列相应小的误差就占有优势，任一单次测得值对算术平均值的分散度就小，测量的可靠性就大，即测量精度高；(如第 1 条曲线)；反之，测量精度就低。(如第 2 条曲线)

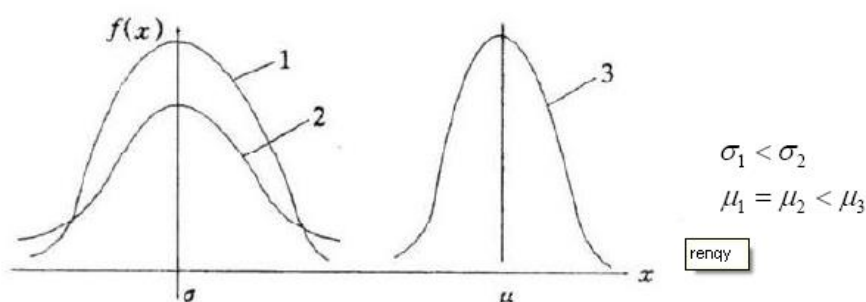


图 3 正态分布比较

正态分布是测量中的基本分布。理论研究表明，若测量值受到大量的、独立的、大小可比的多个效应的影响，则该测量值服从正态分布。

2.4.2 均匀分布

在测量实践中，均匀分布是经常遇到的一种分布，其主要特点是：测量值在某一范围中各处出现的机会一样，即均匀一致。故又称为矩形分布或等概率分布，如图 4 所示。

测量值 x 服从均匀分布 $U[a_-, a_+]$ ，其中 a_- 为 x 出现的下界， a_+ 为 x 出现的上界，其概率分布密度函数：

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{a_+ - a_-} & a_- \leq x \leq a_+ \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

记为 $x \sim U[a_-, a_+]$

若测量值服从均匀分布 $U[a_-, a_+]$ ，则其期望 E 为区间 $[a_-, a_+]$ 的中点，

$$E = \frac{a_- + a_+}{2}$$

而其标准差为

$$\sigma = \frac{1}{2\sqrt{3}}(a_+ - a_-)$$

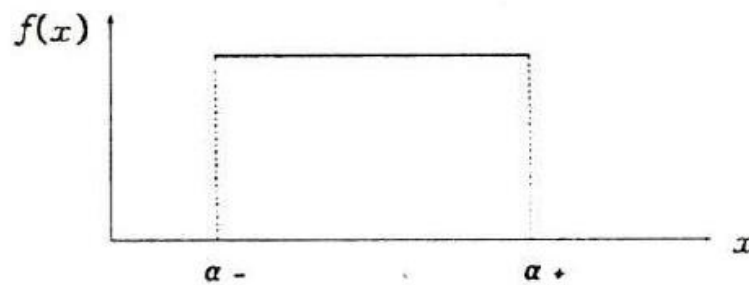


图 4 均匀分布

遵从均匀分布或假设为均匀分布的测量值为：

(1) 数据切尾引起的舍入误差；

例如：测量结果要求保留到小数点后 3 位，将实测或算出的数据第 4 位按四舍五入原则舍去，则存在舍入误差 0.0005；

(2) 电子计算器的量化误差数字或仪器在 ± 1 单位以内不能分辨的误差；

(3) 摩擦引起的误差；

(4) 仪表度盘刻度误差或仪器传动机构的空程误差；

(5) 平衡指示器调零不准引起的误差，此项误差和仪器的调节精度人员操作有关；

(6) 数字示值的分辨率；

显示装置的分辨率指显示装置能有效辨别的最小示值差，一般即为最小显示单位，设

为 Δ ，则其标准差：

$$u = \frac{\Delta}{2\sqrt{3}}$$

(7) 人员瞄准误差；

用人眼进行瞄准时的精度与人眼的分辨本领指标线的形状和对准方式有关。当用两条实线重合时准瞄准精度为 $\pm 60'' \times 250mm$ (明视距离)；用两条实线线端对准，瞄准精度为 $\pm(10'' \sim 20'') \times 250mm$ ；用一虚线压一实线或轮廓边缘瞄准精度为 $\pm(20'' \sim 30'') \times 250mm$ ；用双线对移跨单位线，瞄准精度为 $\pm 5'' \times 250mm$ 。以上数据均是直接由人眼观测时的数据。

(8) 人员读数误差；

有因为视差引起的读数误差或读取非整数刻度值时，由于估读不准引起的误差，一般为最小分度的 $\frac{1}{10}$ 。

2.4.3 梯形分布

测量值的出现机会在中间各处一样，在两边直线下降，在边缘为零则称其服从梯形分布，如图 5 所示，概率密度函数为：

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2a_2} & |x| \leq a_1 \leq a_2 \\ \frac{a_1 + a_2 - |x|}{4a_1a_2} & a_2 - a_1 \leq |x| \leq a_2 + a_1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

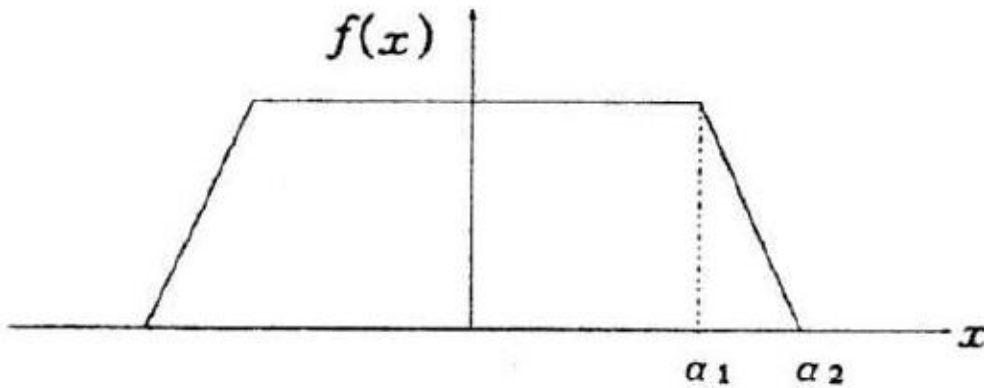


图 5 梯形分布

若测量值服从梯形分布，则其

期望 $E = 0$

标准差 $\sigma = \frac{\sqrt{a_1^2 + a_2^2}}{3}$

两独立均匀分布， $\xi_1 \sim U[-a, a]$, $\xi_2 \sim [-b, b]$, $a \neq b$, 则 $y = \xi_1 + \xi_2$ 服从梯形分布。

2.4.4 三角分布

若测量值出现和机会在中点最大，随即自中点向两边直线下降，在边缘处为 0，则称其服从三角分布，如图 6 所示。两独立均匀分布 $\xi_1, \xi_2 \sim U[-a, a]$,

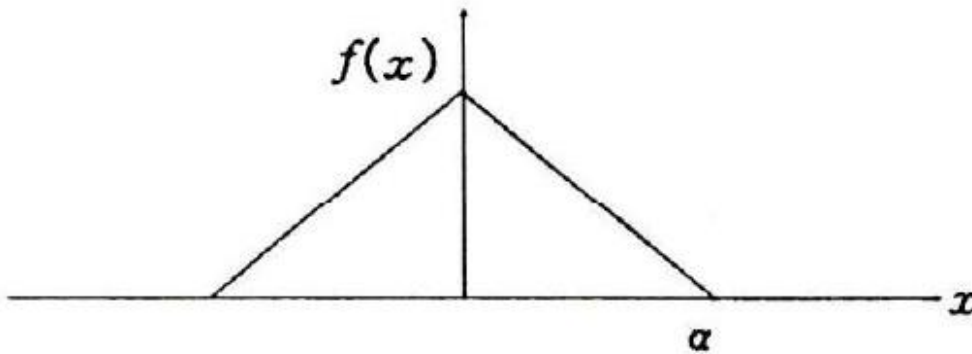


图 6 三角分布

则 $\eta = \xi_1 + \xi_2$ 服从三角分布。在实际测量中若整个测量过程必须进行两次才能完成，而每次测量均服从相同的均匀分布，则总的结果服从三角分布，其概率密度函数为：

$$f(x) = \begin{cases} (x+a)/a^2 & -a \leq x < 0 \\ (a-x)/a^2 & 0 \leq x < a \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

其标准差、期望为：

$$E = 0$$

$$\sigma = \frac{a}{\sqrt{6}}$$

服从三角分布的情况有：

- ① 两独立同均匀分布之和或差；
- ② 由数值舍入或分辨率影响的两测量值之和或差；
- ③ 用替代法检定标准元件时两次调零不准的影响。

2.4.5 反正弦分布

均匀分布变量的正弦或余弦函数服从反正弦分布。

测量值 x 服从 $[-a, a]$ 上反正弦的分布，如图 7 所示，其概率密度函数为：

$$f(x) = \begin{cases} 1/\pi\sqrt{a^2 - x^2} & -a \leq x \leq a \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

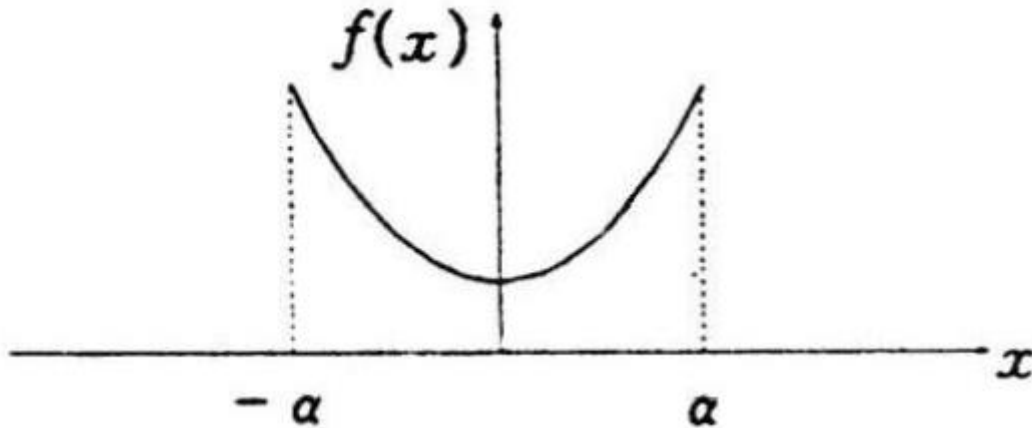


图 7 反正弦分布

其期望与标准差为：

$$E = 0$$

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{2}}a$$

服从反正弦分布的情况有：

- (1) 度盘偏心引起的测角误差；
- (2) 正弦噪声引起的误差；
- (3) 无线电失配引起的误差。

3 不确定度的评定

3.1 不确定度来源

从影响测量结果的因素考虑，测量结果的不确定度一般来源于：被测对象、测量设备、测量环境、测量人员和测量方法。

3.1.1 被测对象

a 被测量的定义不完善

被测量即受到测量的特定量，深刻全面理解被测量定义是正确测量的前提。如果定义

本身不明确或不完善，则按照这样的定义所得出的测量值必然和真实之间存在一定偏差。

b 实现被测量定义的方法不完善

被测量本身明确定义，但由于技术的困难或其它原因，在实际测量中，对被测量定义的实现存在一定误差或采用与定义近似的方法去测量。例如：器具的输入功率是器具在额定电压，正常负载和正常工作温度下工作时的功率。但在实际测量中，电压是由稳压源提供的，由于稳压源自身的精度影响，使得器具的工作电压不可能精确为额定值，故测量结果中应考虑此项不确定因素。故只有对被测量的定义和特点，仔细研究、深刻理解，才能尽可能减小采用近似测量方法所带来的误差或将其控制在一个确定范围内。

c 测量样本不能完全代表定义的被测量

被测量对象的某些特征如：表面光洁度，形状、温度膨胀系数、导电性、磁性、老化、表面粗糙度、重量等在测量中有特定要求，但所抽取样本未能完全满足这些要求，自身具有缺陷，则测量结果具有一定的不确定度。

d 被测量不稳定误差

被测量的某些相关特征受环境或时间因素影响，在整个测量过程中保持动态变化，导致结果的不确定度。

3.1.2 测量设备

计量标准器、测量仪器和附件以及它们所处的状态引入的误差。计量标准器和测量仪器校准不确定度，或测量仪器的最大允差或测量器具的准确度等级均是测量不确定度评定必须考虑的因素。

3.1.3 测量环境

a 在一定变化范围或不完善的环境条件下测量

- 温度
- 振动噪声
- 供给电源的变化
- 湿度
- 空气组成、污染
- 热辐射
- 大气压
- 空气流动

b 对影响测量结果的环境条件认识不足

由于对相关环境条件认识不足，致使测量中或分析中忽视了对某些环境条件的设定和调整，造成不确定度。

3.1.4 测量人员

a 模拟式仪器的人员读数误差即估读误差，读取带指针仪表或带标线仪器的示值，即

读取非整数刻度值时，由于估读不准而引起的误差。

b 人员瞄准误差

采用显微镜或等光学仪器通过使视场中的两个几何图形重合来对线进行测量，对线准确度与操作者经验和对线形状有关。

c 人员操作误差

如测量时间的控制、测点的布置。该项取决于人员的经验、能力、知识及工作态度、身体素质等。

3.1.5 测量方法

a 测量原理误差

测量方法本身就存在一定的原理误差，对被测量定义实现不完善。例如在产品的电气强度试验中，由于耐压试验台自身内阻影响，使得加于样品两端的电压低于实际设定值。这样必然造成试验结果存在一定的不确定度。

b 测量过程

- 测量顺序

应严格按照测量规范规定的进行。遗漏或颠倒某一操作过程都有可能造成测量结果的误差，甚至使测量失去意义。

- 测量次数

一般来说测量次数不同，测量精度也不同，增加测量次数，可以提高测量精度。但 $n > 10$ 以后， $\sigma_{\bar{x}}$ 已减少得非常缓慢。此外，由于测量次数愈大，也愈难保证测量条件的恒定，从而带来新的误差，因此一般情况下取 $n=10$ 以内较为适应。

- 测量所需时间

有的测量规定必须在一定条件下，一定时间内完成超出则结果不准确。如器具潮态试验后的泄漏电流测试必须在 5s 内完成。

- 测量点数

操作规范规定测量若干点，但实际检测中，为节省时间或出于其它考虑减少或增加了测量点数，也对最终结果有影响。如在噪声测试中。

- 瞄准方式

测量方法不同，采用的测量仪器不同，对应的瞄准方式也不同，如采取目测或用光学瞄准，其瞄准精度必然不同。

- 方向性

测量结果须在一定稳态下获得，实验中以不同方向趋于稳态，对于有些测量设备，如具有滞后或磁滞性的仪器读数是不同的。

- c 数据处理

- 测量标准和标准物质的赋值不准

标准器具本身不可避免存在着制造偏差，它是由更高一级的标准来检定的，这些高一级的标准本身也存在着误差。

- 物理常数或从外部资料得到的数据不准

外部资料中提供的数据很多，是由以前的测量为基础或单纯凭经验得出的，不可避免地存在着误差。

- 算法及算法实现

采用不同的算法处理数据，如计算标准差 σ ，分别运用白塞尔法和极差法，所得结果必然不同。

- 有效位数

数据有效位数不同，精度不同，应根据测量要求或所采用的测量设备而定。

- 舍入

由于数字运算位数有限，数值舍入或截尾造成不确定度。

- 修正

有些系统误差是可以修正的，但由于对误差因素本身的认识不充分，修正值也必然存在着不确定度。

工业企业的计量部门在工业生产中起着质量把关的作用。因此必须正确评定测量结果的不确定度，既不能过大，也不能过小，以保证产品质量，又不会造成误判。首先应充分考虑测量设备、测量人员、测量环境、测量方法等方面众多来源带来的不确定度分量，作到不遗漏、不重复、不增加。并正确评定其数值，其中设备来源不确定度可经过量值溯源，由上一级计量基标准的不确定度取得；也可利用所得到的检定校准证书，测试证书或有关规范所给的数据；方法不确定度经过研究和评定，其不确定度影响可能很小。

评定不确定度的原则和框架，不能代替人的思维、理智和专业技巧。它取决于对测量和被测量的本质的深入了解和认识。因此，测量结果的不确定度评定的质量和实用性，主要取决于对不确定度影响量的认识程度和细致而中肯的分析。

3.2 测量模型及不确定度的传播律

3.2.1 测量模型

许多情况下，被测量 Y 并非直接测得，而是由其它 N 个已知量 X_1, X_2, \dots, X_N ，通过函数关系 f 来确定，即：

$$Y = f(X_1, X_2 \dots X_N)$$

为简便起见，同一符号既表示物理量（被测量），又代表该量可能的观测结果（随机变量）。

例 1：导线直径为 d ，电阻率为 ρ ，匝数为 N 的线圈，其电阻值为：

$$R = 4\rho Nl / \pi d^2$$

l ——线圈平均匝长

注：测量过程的数学模型与测量程序有关。

例 2：电阻法测温是利用金属导体的电阻随温度变化的特性，通过测量温度变化前后导体的电阻值，根据经验公式计算出导体的温升值。

$$\Delta T = \frac{R_2 - R_1}{R_1} \times (234.5 + t_1) - (t_2 - t_1)$$

R_2 ——试验结束时绕组电阻；

R_1 ——试验开始时绕组电阻；

t_2 ——试验结束时冷却空气温度；

t_1 ——试验开始时绕组温度。

说明：

(1) 决定输出量 Y 的输入量 $X_1, X_2 \dots X_N$ 本身可视为被测量，也可与其它的量，如修正因子有关，因而导致一个不能写出显式的复杂函数关系。另外， f 也能通过试验确定，或采取经验公式进行计算。

(2) 一组输入量 $X_1, X_2 \dots X_N$ 可有以下两种：

——其值和不确定度可在现行的测量过程中直接测得，例如：可根据单次观测、重复观测或经验调整得到，其中包括测量仪器读数的修正值及环境温度、大气压和湿度等影响量的修正值。

——其值和不确定度是由外部原因带入测量过程的量，如检定计量标准、标准物质、物理常数等。

(3) 设 $X_1, X_2 \cdots X_N$ 的估计值为 $x_1, x_2 \cdots x_N$ ，输出量 Y 的估计值为 y ，则：

$$y = f(x_1, x_2 \cdots x_N)$$

注：

(1) 每个输入估计值如对 y 有较大系统影响，应作适当修正。

(2) 在计算测量结果的不确定度时，这里的测量结果应是被测量 Y 的最佳估计值。

通常是进行一系列的重复观测，得到 $y_1, y_2 \cdots y_n$ ， Y 的最佳估计值：

$$y = \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n y_k$$

也就是说 y 被看作是 Y 的 n 次独立观测值 y_k 的算术平均值 \bar{y} ，如果有修正量，还必须将其加入 \bar{y} ，才能作为最终观测结果。

注：在处理测量列之前，首先要将其中所有异常值加以剔除，可依据国家标准 GB4883-85 进行判断和处理。

3.2.2 不确定度的传播律

每个输入估计值 x_i 的估计标准偏差，称为标准不确定度，用 $u(x_i)$ 表示，通过 A 类方法或 B 类方法求出。

估计值 y 的估计标准偏差称为合成标准不确定度，用 $u_c(y)$ 表示。它是由各输入值的标准不确定度按不确定度传播律得出的。

(1) 非相关输入量

当输入量 $X_1, X_2 \cdots X_N$ 相互独立时，则不确定度传播公式为：

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left[\frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 u^2(x_i) \quad [1]$$

式中 $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ 是方程 $y = f(x_1, x_2 \cdots x_N)$ 的偏导数，常被称为传播系数或灵敏度系数，记作 c_i 。[1]

式又可以写作：

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N [c_i u(x_i)]^2 = \sum_{i=1}^N u_i^2(y) \quad [2]$$

式中 $u_i(y) = c_i u(x_i)$

例 3：对例 1 来说， $R = 4\rho Nl/\pi d^2$ ， d 、 ρ 、 N 相互独立，则其传播系数及合成标准不确定度为：

$$\begin{aligned}
c_1 &= \partial R / \partial \rho = 4Nl / \pi d^2 \\
c_2 &= \partial R / \partial l = 4\rho N / \pi d^2 \\
c_3 &= \partial R / \partial d = -8\rho Nl / \pi d^3 \\
u^2(R) &= \left[\frac{\partial R}{\partial \rho} \right]^2 u^2(\rho) + \left[\frac{\partial R}{\partial l} \right]^2 u^2(l) + \left[\frac{\partial R}{\partial d} \right]^2 u^2(d) \\
&= [c_1 u(\rho)]^2 + [c_2 u(l)]^2 + [c_3 u(d)]^2 \\
&= u_1^2(R) + u_2^2(R) + u_3^2(R)
\end{aligned}$$

有时根据测量因 x_i 的变化导致 y 的变化, 来确定灵敏度系数, 取代了根据函数进行计算的方法。通常用于难以用函数关系描述的情况。

(2) 相关输入量

如果输入量或估计值相关, 则测量结果的合成方差为:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left[\frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i) u(x_j) r(x_i, x_j)$$

$r(x_i, x_j)$ 称相关系数, 表征 x_i 和 x_j 的相关程度, $-1 \leq r(x_i, x_j) \leq 1$ 。

有关相关的概念、相关系数的判定和计算、相关的避开等问题, 我们将在以后章节中详细讨论。

3.3 标准不确定度的 A 类评定

3.3.1 基本方法

对一系列观测值进行统计分析以计算标准不确定度的方法称 A 类评定。

由于随机效应的存在, 对同一量进行多次重复测量, 所得结果都不相同。它们围绕着该测量列的算术平均值有一定的分散, 此分散度说明了测量列中单次测得值的不可靠性。一般用按贝塞尔公式计算出的实验标准偏差 s 来表征, 也就是 A 类评定不确定度。

3.3.1.1 贝塞尔法

设: 对某一量 X_i 进行了 n 次独立重复测量, 得测量列 $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}$ 。该测量列的算术平均值为:

$$x_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_{ik}$$

由贝塞尔公式可得:

$$s(x_{ik}) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (x_{ik} - x_i)^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n v_{ik}^2}$$

$v_{ik} = x_{ik} - x_i$ 称作残差

$s(x_{ik})$ 即为单次测量值 x_{ik} 的 A 类标准不确定度。

通常情况下，我们取算术平均值作为最终测量结果，必须给出算术平均值 A 类不确定度。

$$u(x_i) = s(x_i) = s(x_{ik})/\sqrt{n} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^n (x_{ik} - x_i)^2} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n v_{ik}^2}{n(n-1)}}$$

注：

(1) 多次测量必须在重复测量条件下进行。重复性条件指：

- a 相同的测量程序；
- b 相同的测量人员；
- c 在相同条件下使用相同的测量设备；
- d 相同的地点；
- e 短时间内重复测量，所谓短时间，一般理解为其它条件能充分保证的时间。

(2) 从理论上说，测量次数越多，通过它们所得出的实验标准偏差越可靠。但当测量次数越大，重复性条件就越难以保证，测量所用的时间也就越长。因此，必须根据测量的精度要求，测量的水平，测量的实际用途选取适当的测量次数。一般情况下，取 10 次以内较为适宜。

(3) 以算术平均值作为测量结果时，通常为未修正的结果，如有修正值或修正因子，应对其进行适当修正才能作为最终测量结果。但是否修正，与其分散性无关。

3.3.1.2 A 类评定的其它方法

除了贝塞尔公式外，计算实验标准差的方法还有：最大残差法、极差法、最大误差法、彼得斯法等。

(1) 最大残差法

若 $X_i \sim N(\mu, \sigma)$ ，则测量列

算术平均值 $x_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_{ik}$

残差
$$v_{ik} = x_{ik} - x_i$$

单次标准差
$$s(x_{ik}) = C_n \max |v_{ik}| = C_n \max |x_{ik} - x_i|$$

系数 C_n 是与测量次数 n 有关的一个参数，可由下表查出。

表 3-1 最大残差法系数

N	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20
C_n	1.77	1.02	0.83	0.74	0.68	0.64	0.61	0.59	0.57	0.51	0.48

最大残差法简单、迅速、容易掌握，当 $n < 10$ 时，最大残差法具有一定精度。

(2) 极差法

若 $X_i \sim N(\mu, \sigma)$,

极差
$$\omega = \max x_{ik} - \min x_{ik}$$

单次标准差
$$s(x_{ik}) = \frac{\omega}{d_n} = \frac{1}{d_n} (\max x_{ik} - \min x_{ik})$$

系数 d_n 是与测量次数 n 有关的一个参数，可由下表查出。

表 3-2 极差法系数

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20
d_n	1.13	1.69	2.06	2.33	2.53	2.70	2.85	2.97	3.08	3.47	3.73

极差法具有一定的精度，一般在 $n < 10$ 时，均可采用。

(3) 最大误差法

若 $X_i \sim N(\mu, \sigma)$ ， μ 的值可近似知道（约定真值或实际值），这时能够算出随机误差

$\delta_{ik} = x_{ik} - \mu$ ，取其中绝对值最大的一个值 $\max |\delta_{ik}|$ ，即最大误差。

单次标准差
$$s(x_{ik}) = C'_n \max |\delta_{ik}| = C'_n \max |x_{ik} - \mu|$$

系数 C'_n 是与测量次数 n 有关的一个参数，可由下表查出。

表 3-3 最大误差法系数

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20
C'_n	1.25	0.88	0.75	0.68	0.64	0.61	0.58	0.56	0.55	0.53	0.49	0.46

此法适用于约定真值可知的情况。

(4) 彼得斯法

若 $X_i \sim N(\mu, \sigma)$, 则

$$\text{单次标准差} \quad s(x_{ik}) = 1.253 \frac{\sum_{k=1}^n |x_{ik} - x_i|}{\sqrt{n(n-1)}}$$

这种方法特别适合于测量次数较大的情况。

由以上几种方法求得 $s(x_{ik})$ 后, 有平均值标准差:

$$s(x_i) = \frac{s(x_{ik})}{\sqrt{n}}$$

3.3.2 最小二乘法

最小二乘原理是一数学原理, 它给出了数据处理的一条法则——在最小二乘意义下所获得的最佳结果(或最可信赖值)应使残余误差的平方和最小。作为数据处理手段, 最小二乘法在诸如实验曲线拟合, 组合测量的数据处理等方面, 已获得了广泛的应用, 也同样适用于标准差、不确定度的计算。

3.3.3.1 最小二乘法原理

为确定 t 个未知量(被测量) $X_1, X_2 \cdots X_t$ 的估计量 $x_1, x_2 \cdots x_t$, 分别测量 n 个直接测量的量 $Y_1, Y_2 \cdots Y_n$, 得测量数据 $l_1, l_2 \cdots l_n$, 而其估计量为 $y_1, y_2 \cdots y_n$, 且有如下关系:

$$\begin{cases} y_1 = f_1(x_1, x_2 \cdots x_t) \\ y_2 = f_2(x_1, x_2 \cdots x_t) \\ \vdots \\ y_n = f_n(x_1, x_2 \cdots x_t) \end{cases}$$

则测量数据 $l_1, l_2 \cdots l_n$ 的残余误差为:

$$\begin{cases} l_1 - y_1 = v_1 \\ l_2 - y_2 = v_2 \\ \vdots \\ l_n - y_n = v_n \end{cases}$$

最小二乘条件即:

$$p_1 v_1^2 + p_2 v_2^2 + \cdots + p_n v_n^2 = [p v^2] = \text{最小}$$

在等精度测量中，上式可简化为：

$$v_1^2 + v_2^2 + \cdots + v_n^2 = [v^2] = \text{最小}$$

Y 与 X 的函数关系 f 可能是线性的，也可能是非线性的，测量的实际问题中，大量是属于线性的，且非线性参数借助于级数展开的方法也可以近似转化成线性形式。所以，下面讨论线性参数的最小二乘法处理。

线性参数的误差方程为：

$$\begin{cases} l_1 - (a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1t}x_t) = v_1 \\ l_1 - (a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2t}x_t) = v_2 \\ \vdots \\ l_n - (a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nt}x_t) = v_n \end{cases}$$

设向量 $L = \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \\ \vdots \\ l_n \end{pmatrix}$ $\hat{X} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_t \end{pmatrix}$ $V = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix}$ $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1t} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nt} \end{pmatrix}$

则误差方程可表述为：

$$L - A\hat{X} = V$$

最小二乘条件即为：

$$V^T V = \text{最小}$$

然后利用求极值的方法将上式转化为正规方程：

$$\begin{aligned} A^T V &= 0 \\ A^T (L - A\hat{X}) &= 0 \\ (A^T A) &= A^T L \\ \hat{X} &= (A^T A)^{-1} A^T L \end{aligned}$$

测量数据的标准差为：

$$\sigma = \sqrt{\frac{[v^2]}{n-t}}$$

被测数据的标准差为：

$$\sigma_{x_1} = \sigma \sqrt{d_{11}} \quad \sigma_{x_2} = \sigma \sqrt{d_{22}} \quad \cdots \quad \sigma_{x_t} = \sigma \sqrt{d_{tt}}$$

其中
$$(A^T A)^{-1} = \begin{pmatrix} d_{11} & & & & \\ & d_{22} & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & & d_{nn} \end{pmatrix}$$

对 $t=2$ ，求直线的最小二乘法

对 $t=3$ ，求二次函数的最小二乘法

3.3.2.2 举例

例 4：实验中得下列一组数据

$$x_i = 5, 10, 15, 20, 25$$

$$y_i = 2.5073, 2.5055, 2.5049, 2.5042, 2.5035$$

采用最小二乘法拟合直线 $\hat{y}_i = k(c - x_i)$ ，试确定 k ， c 值，并求出 $x_i = 0$ 时 y_0 值。

解：列出误差方程：

$$y_i - k(c - x_i) = v_i$$

令 $k = a, kc = b$ 为两个待估计参数，则误差方程可写为：

$$y_i - (b - ax_i) = v_i$$

为计算方便，将数据列表如下：

i	x_i	x_i^2	y_i	$x_i y_i$
1	5	25	2.5073	12.5365
2	10	100	2.5055	25.0550
3	15	225	2.5049	37.5735
4	20	400	2.5042	50.0840
5	25	625	2.5035	62.5875
Σ	75	1375	12.5254	187.8365

根据误差方程，列出正规方程：

$$\begin{aligned} nb - \sum ax_i &= \sum y_i \\ -\sum bx_i + \sum ax_i^2 &= -\sum x_i y_i \end{aligned}$$

将表中数值代入正规方程得：

$$\begin{cases} 5b - 75a = 12.5254 \\ -75b + 1375a = -187.8365 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = 0.000178 \quad b = 2.50775$$

$$\Rightarrow k = 0.000178 \quad c = \frac{2.50775}{0.000178} = 14088.483$$

$$\therefore \hat{y}_i = 0.000178 \times (14088.483 - x_i)$$

$$x_i = 0 \text{ 时 } y_0 = 2.5077$$

计算 1) y_i 的标准差

$$v_i = y_i - 0.000178 \times (14088.483 - x_i)$$

将 y_i, x_i 值代入上式, 可得残余误差为:

$$v_1 = 0.0004$$

$$v_2 = -0.0005$$

$$v_3 = -0.0002$$

$$v_4 = 0$$

$$v_5 = 0.0002$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{[v^2]}{n-t}} = \sqrt{\frac{\sum v_i^2}{n-t}} = \sqrt{\frac{0.00000049}{5-2}} = 0.0004$$

2) k, c 估计量的不确定度

先求不定乘数 $\begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix}$

正规方程为:

$$\begin{cases} 5b - 75a = 12.5254 \\ -75b + 1375a = -187.8365 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5d_{11} - 75d_{12} = 1 \\ -75d_{11} + 1375d_{12} = 0 \\ 5d_{21} - 75d_{22} = 0 \\ -75d_{21} + 1375d_{22} = 1 \end{cases}$$

解得 $d_{11} = 1.1 \quad d_{22} = 0.004$

$$\sigma_b = \sigma \sqrt{d_{11}} = 0.0004 \times \sqrt{1.1} = 0.0004$$

$$\sigma_a = \sigma \sqrt{d_{22}} = 0.0004 \times \sqrt{0.004} = 0.000025$$

$$k = a \quad c = b/k$$

$$\sigma_k = \sigma_a = 0.000025 \quad \sigma_c = \sigma_b / k = 0.0004 / 0.000178 = 2.247$$

3.4 标准不确定度的 B 类评定

3.4.1 B 类评定的基本思路

测量工作中，有时无法取得观测列并作统计分析，如由于时间或资源不足不能进行或不需进行重复测量的情况下，不确定度就无法由 A 类评定得到，而只能采取非统计方法即 B 类评定方法。

B 类评定需要根据有关信息，进行科学判断估计而作出，这些信息可来自：

- (1) 以前的测量数据；
- (2) 对有关材料及仪器的特点、性能的经验或一般知识；
- (3) 生产部门提供的制造说明书或技术文件；
- (4) 检定证书、校准证书提供的数据，包括目前暂在使用的极限误差等；
- (5) 取自手册的赋予参考数据的不确定度。

这类信息往往也是通过统计方法得到的，只不过给出的信息不全，不能直接用以作为测量不确定度的一个分量。它们往往只是给出了一个极大值与极小值，或提供了结果的一个概率区间，但未给出其分布及自由度的大小。根据现有信息，对这一分量进行评定，包括计算近似的相应方差或标准不确定度以及相应的自由度，这就是不确定的 B 类评定。

3.4.2 B 类评定的方法

(1) 如输入估计值 x_i 取自制造说明书，检定或校准证书手册或其它来源并说其不确定度 $U(x_i)$ 为标准差的 k_i 倍，则 x_i 的标准不确定度 $u(x_i)$ 可以认为等于引用值除以该倍数。

$$u(x_i) = \frac{U(x_i)}{k_i}$$

例 5：校准证书上指出标称值为 1kg 的法码的质量为 $m=1000.00032g$ ，该值的不确定度按三倍标准差为 0.24mg，则该标准法码的标准不确定度为：

$$u(m) = \frac{0.24}{3} = 0.08mg$$

(2) 如 x_i 的扩展不确定度不是按标准差 $s(x_i)$ 的 k 倍给出，而是给出了置信概率 p 为 0.9, 0.95, 0.99 的置信区间的半宽 $U_{0.9}, U_{0.95}, U_{0.99}$ ，除非另有说明，一般按正态分布考虑评定其标准不确定度 $u(x_i)$ ，对应于上述三种置信概率的包含因子分别为 1.64, 1.96 和 2.58。

例 6：检定证书上给出某千分尺的示值误差总不确定度为 1.3um，($p=0.99$) 则其标

准不确定度为:

$$u_i = \frac{1.3}{2.58} = 0.50um$$

(3) 若输入量 X_i 的值以 50% 的概率落于区间 $[a_-, a_+]$, 则 X_i 的最佳估计值为该区间中点, 该范围的半宽用 $\frac{a_+ - a_-}{2} = a$ 表示, 且假设 X_i 近似正态分布, 则 x_i 的标准不确定度为:

$$u(x_i) = \frac{a}{k_{0.5}} = \frac{a}{0.67} = 1.48a$$

例 7: 某电器产品的额定功率估计在 56w 和 64w 之间, 概率为 50%, 额定功率的最佳值为 $P = (56+64)/2=60w$, 区间半宽 = $(64-56)/2=4w$, 假设 P 值为正态分布, 则标准不确定度为:

$$u(P) = 1.48 \times 4 = 5.92w$$

(4) 若输入量 X_i 的值以 2/3 的概率落于区间 $[a_-, a_+]$, 则 X_i 的最佳估计值为该区间中点, 该范围的半宽用 $\frac{a_+ - a_-}{2} = a$ 表示, 且假设 X_i 近似正态分布, 则 x_i 的标准不确定度为:

$$u(x_i) = \frac{a}{k_{2/3}} = a$$

(5) 若输入量 X_i 的值以概率 1 落于区间 $[a_-, a_+]$, 即全部落于其中而不在区间外出现, 如果对 X_i 在该范围内的可能值无具体了解, 则只能假设 X_i 在该区间内各处出现的机会均等, 即服从均匀分布。该范围的半宽用 $\frac{a_+ - a_-}{2} = a$ 表示, 则 x_i 的标准不确定度为:

$$u(x_i) = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

(6) B 类也可按其它分布考虑, 当 X_i 落在 $[x_i - a, x_i + a]$ 区间内, 则其标准不确定度

$$u(x_i) = \frac{a}{k}$$

k 的取值根据 X_i 的实际分布来确定:

当 X_i 受到两独立同均匀分布影响, 则服从三角分布,

$$k = \sqrt{6} \quad u(x_i) = \frac{a}{k} = \frac{a}{\sqrt{6}}$$

当 X_i 受到均匀分布的正余弦函数影响, 则服从反正弦分布,

$$k = \sqrt{2} \quad u(x_i) = \frac{a}{k} = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

当 X_i 在某两点取值概率各为 50%, 即服从两点分布,

$$k = 1 \quad u(x_i) = \frac{a}{k} = a$$

(7) 在输入量 X_i 可能值的下界和上界相对于其最佳估计值 x_i 并不对称的情况下, 这时 x_i 不处在区间 $[a_-, a_+]$ 的中心, 在缺乏准确判定其分布状态的信息时, 按均匀分布处理, 近似评定为:

$$u^2(x_i) = \frac{(a_+ - a_-)^2}{12}$$

例 8: 设手册中给出的铜膨胀系数 $\alpha_{20}(Cu) = 16.52 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ 并说“最小可能值为 $16.40 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, 最大可能值为 $16.92 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ”, 可见, 最佳值并不处于区间中心, 则标准不确定度为:

$$u(\alpha_{20}) = \sqrt{\frac{(16.92 \times 10^{-6} - 16.40 \times 10^{-6})^2}{12}} = 0.15 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

在标准不确定度的 B 类评定中, 正确使用提供的有效信息, 要求具有一定经验和对有关知识的透彻了解, 这种技巧通过实验可以逐步掌握。

3.5 确定合成标准不确定度

3.5.1 相关的概念

在由各分量标准不确定度 u_i 得到合成标准不确定度 u_c 时, 须考虑这些分量之间的相关性。

通过实践, 人们认识到变量之间有两种类型的关系:

(1) 函数关系

即确定性关系。在数学分析和物理学中大多数公式属于这种类型。如牛顿定律中力与加速度之间, 有如下关系:

$$F = ma$$

其中 F ——力 m ——质量 a ——加速度

一般地，若式中一个或几个变量已知，其它的就可借函数关系式精确算出。

(2) 相关关系

在实际问题中，绝大多数情况下，变量之间的关系并不那么简单。它们之间既存在密切联系，又不能由一个或几个变量（自变量）的数值精确求出另一个变量（因变量）的数值，而要通过试验或调查研究才能确定，我们称这类变量之间的关系为相关关系。如材料性能和其表面锈蚀之间，零件的加工误差和零件直径之间，就属于此类关系。

在两个随机变量之间，当它们变化时，如果存在某种相依的关系（非函数关系），这时，这两个量就是相关的或非独立的。相关系数 ρ 正是两个变量之间相互依赖程度的量度。当 $\rho > 0$ ，我们说两分量正相关，即一分量增大时，另一分量取值平均增大；当 $\rho < 0$ ，我们说两分量负相关，即一分量增大时，另一分量取值平均减少；当 $\rho = 0$ ，则两分量无关，即一分量增大时，另一分量取值可能增大，也可能减小，它们的取值彼此没有关系。

3.5.2 相关系数的确定

在测量工作中，相关系数的求法主要有：

(1) 判断法

由测量人员根据测量条件分析，判断分量的相关程度，经常判断为下述两种情况：

(1.1) $\rho = 0$

(1.1.1) 两分量相互独立或不可能相互影响；

(1.1.2) 一分量增大时，另一分量可正可负；一分量减小时，另一分量可正可负；

(1.1.3) 不同体系产生的分量，如人员引起的分量和环境引起的分量。

(1.1.4) 两分量虽相互影响，但确认其影响甚微，为简化取 $\rho = 0$ ；

(1.1.5) 仅知 ρ 在 $[-1, 1]$ 上对称分布，则平均而言，可认为 $\rho = 0$ ；

(1.2) $\rho = 1$

(1.2.1) 两分量间有正线性关系；

(1.2.2) 一分量增大时，另一分量亦增大；一分量减小时，另一分量亦减小；

(1.2.3) 同一体系中产生的分量；

如用一米基准尺测两米尺，按每米各测一次相加得两米尺长，则该基准尺误差引起两

个一分量间 $\rho=1$ 。

(1.2.4) 两分量间有近似正线性关系，为简化取 $\rho=1$ ；

(1.2.5) 已知相关，为可靠起见，取 $\rho=1$ 。

(2) 观察法

通过实验求出一分量取 ξ_i ，对应另一分量取 η_i ，这样得到多对 (ξ_i, η_i) 将它们在平面上作图，与标准图形比较，即可观察出相关系数。如图 8 所示：

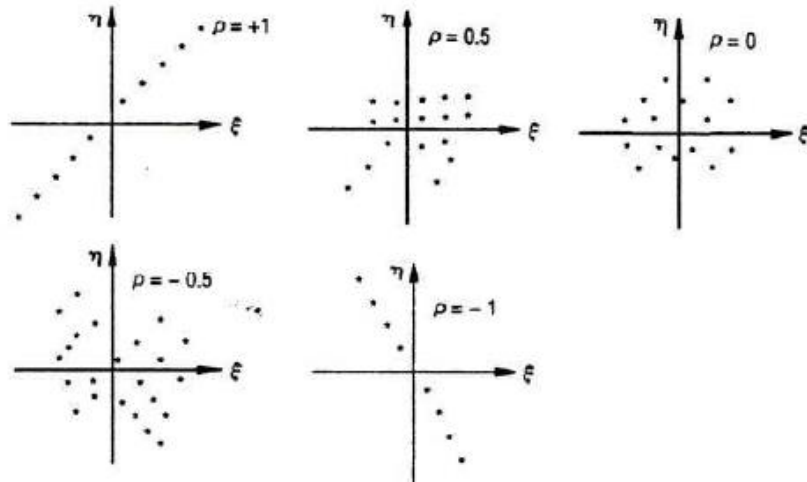


图 8 示意图观察法

(3) 计算法

作多组成对测量，得 (ξ_i, η_i) 多对，则

$$\rho = r = \frac{\sum(\xi_i - \bar{\xi})(\eta_i - \bar{\eta})}{\sqrt{\sum(\xi_i - \bar{\xi})^2 \sum(\eta_i - \bar{\eta})^2}}$$

(4) 数点计算法

将分量成对测量值画于图上，作平行于纵轴的直线 A，将点左右均分，作平行于横轴的直线 B，将点上下均分，尽量使 A、B 线上无点，若右上、左上、右下、左下点数为 n_1, n_2, n_3, n_4 ，则

$$\rho = -\cos\left(\frac{n_1 + n_3}{\sum n} \cdot \pi\right)$$

例 10：测量某量用两种方法，得两组数，其对应值为 (ξ_i, η_i) 如图 9 所示：

$$n_1 = 5, n_2 = 3, n_3 = 3, n_4 = 4$$

$$\rho = -\cos\left(\frac{n_1 + n_3}{\sum n} \cdot \pi\right) = -\cos\left(\frac{8}{15} \pi\right) = 0.10$$

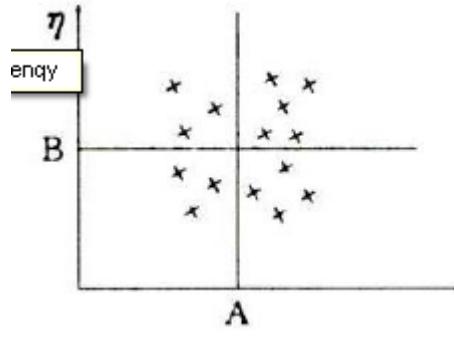


图 9 数点计算法

(5) 推算法

如欲求标准差分别为 σ_1, σ_2 两分量的相关系数，可预先进行专门试验，让两因素都变，算出变化后引起量值的标准差 σ ，则：

$$\rho = \frac{\sigma^2 - \sigma_1^2 - \sigma_2^2}{2\sigma_1\sigma_2}$$

例 11：对某量测量标准差 $\sigma = 18$ ，测量时振动引起 $\sigma_1 = 6$ ，其余因素引起 $\sigma_2 = 15$ ，于是振动和其余因素影响相关系数为：

$$\rho = \frac{18^2 - 6^2 - 15^2}{2 \times 6 \times 15} = 0.35$$

(6) 单个量等精度多次重复测量时，单次测量值与平均值之间：

$$\rho = \frac{1}{\sqrt{n}}$$

(7) 最小二乘法中若误差方程为 $AX=L-V$ ，权为 P ，平差后， X 两分量 x_i 和 x_j 间

$$\rho = q_{ij} / \sqrt{q_{ii}q_{jj}}$$

$$Q = (A'PA)^{-1} = (q_{ij})$$

注：相关指的是输入量之间的关系，应根据其估计值 x_i 和 x_j 的相关性辨别任意两个输入量 X_i 和 Y_j 的相关性，即使 X_i 和 Y_j 本身无关，计算合成标准不确定度时也应考虑估计值 x_i 和 x_j 之间的相关性。如果在输入量测量中使用同一台测量仪器，同一个实物测量标准或具有显著不确定度的同一个参考数据，则两个输入量之间存在显著相关性。

例 12: 用检定证书上注明标准不确定度为 $100m\Omega$ 的 1000Ω 标准电阻 R_s 检定额定电阻为 1000Ω 的 10 个电阻 R_i , 用可忽略电阻的导线将电阻串联, 以得到额定 $10k\Omega$ 的参考电阻 R_{ef} 。

$$R_{ef} = \sum_{i=1}^{10} R_i$$

这时每个电阻之间的相关系数 $\rho = r(R_i, R_j) = 1$, 合成标准不确定度为:

$$u_c(R_{ef}) = \sum_{i=1}^{10} u(R_s) = 10 \times 100m\Omega = 1\Omega$$

3.5.3 相关系数的避开

在实际工作中, 有时可通过选取无关的误差来源或将各相关量事先合成一个量, 以避开相关系数的计算。

(1) 尽可能选取无关来源, 分别计算各来源产生的不确定度;

(2) 将相关量合成一个量, 若 $y = f(x_1, x_2, x_3)$, 其中 x_1, x_2 相关, 但它们与 x_3 无关, 则当 x_1, x_2 的组合 $\phi = \phi(x_1, x_2)$ 与 x_3 的函数 $y = f(\phi, x_3)$, 视 ϕ 为测量值, y 按 ϕ, x_3 分量考虑, 则无关。

3.5.4 合成标准不确定度

测量结果 y 由测得量 x_1, x_2, \dots, x_N 按过程模型算出:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N)$$

根据 A 类评定 B 类评定, 得到 x_i 的标准不确定度 $u(x_i)$, 它对 y 的影响的分量标准不确定度 $u_i = \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \right| u(x_i)$, $\left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \right|$ 是灵敏度系数, 表示 x_i 变化单位量时, 引起 y 变化的绝对值。则测量

结果的合成标准不确定度为:

$$\begin{aligned} u_c(y) &= \sqrt{\sum_{i=1}^N u_i^2(y) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N u_i(y) u_j(y) r(x_i, x_j)} \\ &= \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i) u(x_j) r(x_i, x_j)} \end{aligned}$$

当各分量相互独立时, $r(x_i, x_j) = 0$, 上式简化为:

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N u_i^2(y)} = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i)}$$

合成标准不确定度除以测量结果 $u_c(y)/y$ ，称为相对标准不确定度。

注：当随机效应或系统效应导致的不确定度分量既可以按统计方法算得，又可以按其它方法评定时，只允许在中包含其中一个。如果重复计入，会导致错误评定。

3.5.5 应用举例

用千分尺对圆柱体的体积进行测量，通过对其直径 d 、高度 h 的测量，按公式，体积 $V = \pi(d/2)^2 h$ 计算。

千分尺间隔为 $10 \mu m$ 。读数估计到半格即 $5 \mu m$ ，在重复条件下得到的测量结果各 6 次如下：

i	1	2	3	4	5	6
D_i	1.0075	1.0085	1.0095	1.0060	1.0085	1.0080
H_i	1.0105	1.0115	1.0115	1.0110	1.0100	1.0115

平均值： $\bar{d} = 1.0080cm$ $\bar{h} = 1.0110cm$

单次测量的标准偏差：

$$S(d_i) = 0.00118cm \quad S(h_i) = 0.00063cm$$

体积 V 的最佳估计值为：

$$\bar{V} = \pi(\bar{d}/2)^2 \cdot \bar{h} = 0.8068cm^3$$

在这一测量中主要的不确定度分量有：

- (1) \bar{d} 的不确定度 $u(\bar{d})$ ，
- (2) \bar{h} 的不确定度 $u(\bar{h})$ ，
- (3) 所用千分尺示值的不确定度 $u(t)$ ，
- (4) 读数的不确定度 $u(p)$ 。

先计算出各分量的传递系数：

$$\begin{aligned} c(\bar{d}) &= \partial V / \partial d = \pi(\bar{d}/2)\bar{h} = 1.60cm \\ c(\bar{h}) &= \partial V / \partial h = \pi(\bar{d}/2)^2 = 0.80cm \\ c(t) &= \partial V / \partial t = (\partial V / \partial d)(\partial d / \partial t) + (\partial V / \partial h)(\partial h / \partial t) \\ &= \pi(\bar{d}/2)\bar{h} \cdot 1 + \pi(\bar{d}/2)^2 \cdot 1 = 2.40cm \\ c(p) &= c(t) = 2.40cm \end{aligned}$$

各分量不确定度计算如下:

$$(1) s(\bar{d}) = s(d_i) / \sqrt{n} = 0.00118 \text{ cm} / \sqrt{6} = 0.00048 \text{ cm} = 4.83 \mu\text{m}$$

$$(2) s(\bar{h}) = s(h_i) / \sqrt{n} = 0.00063 \text{ cm} / \sqrt{6} = 0.00026 \text{ cm} = 2.6 \mu\text{m}$$

(3) 千分尺示值的不确定度规定为 $4 \mu\text{m}$ ($0 \sim 100 \text{ mm}$ 范围内), 按均匀分布, 其标准不确定度分量: $u(t) = 4 \mu\text{m} / \sqrt{3} = 2.35 \mu\text{m}$

(4) 读数的不确定度可估计为标尺间隔的四分之一, 即 0.25 个分度, $2.5 \mu\text{m}$ 。其标准不确定度按均匀分布估计为: $u(p) = 2.5 \mu\text{m} / \sqrt{3} = 1.4 \mu\text{m}$

∴ 合成标准不确定度

$$u_c(V) = \sqrt{\sum_{i=1}^4 c_i^2 u_i^2} = 1.032 \times 10^{-3} \text{ cm}^3$$

3.6 确定扩展不确定度

3.6.1 自由度

3.6.1.1 自由度的意义

在计量学中的自由度定义为测量次数减被测量的个数, 再加上所引用的约束条件的个数。设测量进行了 n 次, 被测量有 m 个, 约束条件有 t 个, 则自由度为 $\nu = n - m + t$ 。为求不确定度时所用总和中的项数与总和的限制条件数之差。

自由度 ν 是指不确定度 u 的自由度, 通过 ν 可以了解不确定度评定的质量, 同时它也是计算扩展不确定度的依据。

在数理统计中, 当标准差 σ 用 s 估计时, 若 s^2 方差为 $V(s^2)$, s 的标准差为 $\sigma(s)$, 则 s 的自由度为:

$$\nu = \frac{2}{V(s^2)} \sigma^4$$

因
$$V(s^2) = [\sigma(s^2)]^2 = [2s\sigma(s)]^2 = 4s^2\sigma^2(s)$$

取 $s \approx \sigma$, 则
$$\nu = 2 \left[\frac{\sigma^2}{\sigma^2(s^2)} \right]^2 = \frac{1}{2} \left[\frac{\sigma(s)}{s} \right]^{-2}$$

故不确定度 u 的自由度:

$$\nu = \frac{1}{2} \left[\frac{\sigma(u)}{u} \right]^{-2}$$

$\frac{\sigma(s)}{s}, \frac{\sigma(u)}{u}$ 称相对标准差。

v 与相对标准差成反比，相对标准差越大，自由度愈小；相对标准差愈小，自由度越大。

3.6.1.2 自由度的确定

(1) A 类评定自由度

对某一被测量进行了 n 次独立重复测量，由各种 A 类评定方法得出的标准不确定度的自由度如下：

(1.1) 贝塞尔公式：

$$v=n-1$$

(1.2) 最大残差法极差法、极差法、最大误差法、彼得斯法，按

$$v = \frac{1}{2 \left[\frac{\sigma(s)}{s} \right]^2}$$

算得，如下表所示：

表 3-4 标准不确定度的自由度

n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20
v	最大残差法	0.9	0.9	1.8	2.7	3.6	4.4	5.0	5.6	6.2	6.8	9.3	11.5
	极差法		0.9	1.8	2.7	3.6	4.5	5.3	6.0	6.8	7.5	10.5	13.1
	最大误差法		1.9	2.6	3.3	3.9	4.6	5.2	5.8	6.4	6.9	8.3	9.5
	彼得斯法		0.9	1.8	2.7	3.6	4.5	5.4	6.2	7.1	8.0	12.4	16.7

(1.3) 最小二乘法

$$v=n- t \quad (t \text{ 为未知量个数})$$

(2) B 类评定自由度

对于 B 类评定得出的标准不确定度来说，其自由度是由该分量之值的可靠程度来判断的，它是一个主观量，是实验人员凭借测量过程的经验和认识求出的。B 类评定的自由度根据下式得出：

$$v = \frac{1}{2} \left[\frac{\sigma(u)}{u} \right]^{-2} \approx \frac{1}{2} \left[\frac{\Delta u(x_i)}{u(x_i)} \right]^{-2}$$

式中 $\frac{\Delta u(x_i)}{u(x_i)}$ 为 $u(x_i)$ 的估计相对不确定度，相对不确定度 $\frac{\sigma(u)}{u}$ 不能精确算出，只能根据经

验估计其值，即 $\frac{\Delta u(x_i)}{u(x_i)}$ ，然后代入计算。所以这是一个主观量。上述关系可由下表给出：

$\Delta u/u$	ν	$\Delta u/u$	ν
0.10	50	0.50	2
0.2	12	无法估计	1
0.25	8	0 (u 确切已知)	∞
0.30	6		

(3) 合成标准不确定度的自由度

合成标准不确定度的自由度为有效自由度,记为 ν_{eff} 。按下式给出，称为 Welch-Satterthwaite 公式。

$$\nu_{eff} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{\nu_i}}$$

在间接测量中

$$\nu_{eff} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{c_i^4 u^4(x_i)}{\nu_i}}, \quad c_i \text{——灵敏度系数}$$

合成相对标准不确定度的自由度为：

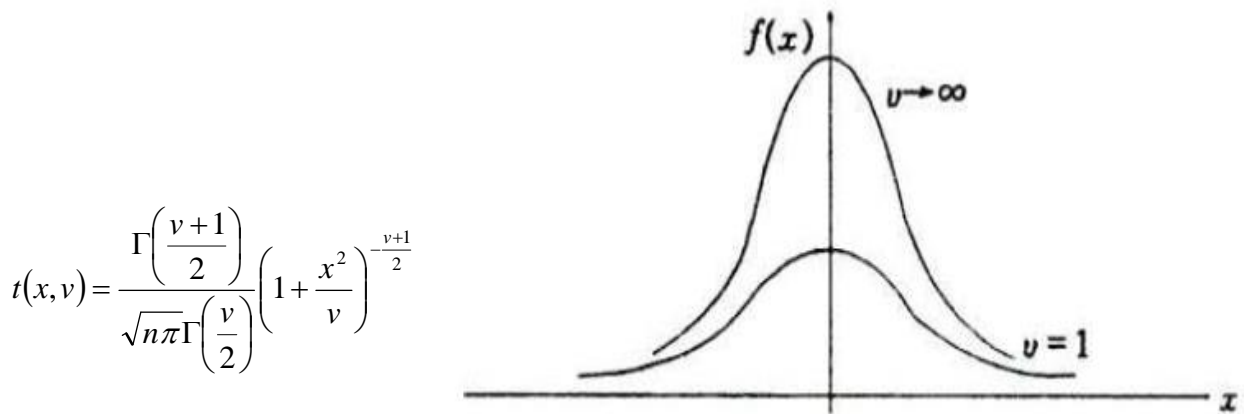
$$\nu_{eff} = \frac{[u_c(y)/y]^4}{\sum_{i=1}^N \frac{[u_i(y)/y]^4}{\nu_i}}$$

实际计算中，若 ν_{eff} 不是整数，可用内插法求得或截取较小整数。

3.6.2 t 分布

t 分布是两个独立随机变量之商的分布，其分子是一个服从标准正态分布的随机变量，分母是一个服从 χ^2 分布的随机变量除以它的自由度所得商的正平方根。

设 $X \sim N(0,1), Y \sim \chi^2(\nu)$ ，且 X 与 Y 相互独立，则 $T = X / \sqrt{\frac{Y}{\nu}}$ 服从自由度为 ν 的 t 分布，记作 $t(\nu)$ ，密度函数曲线如图 10 所示， $t(\nu)$ 的分布密度为：

图 10 t 分布密度函数曲线

t 分布的数学期望,标准差分别为:

$$E = 0$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{v}{v-2}} \quad v > 2$$

当 v 趋近无穷大时, t 分布即为正态分布。

推论: 若 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, \bar{x} 是 X 的 n 个观测值的算术平均, $s(\bar{x})$ 是平均值的实验标准差, 则

$$T = \frac{\bar{x} - \mu}{s(\bar{x})} \sim t(n-1)$$

在实际中常用到 t 分布的临界值 $t_p(v)$, 它使 t 变量在 $[-t_p(v), t_p(v)]$ 范围内的概率为 p , 即 $t_p(v)$ 满足 $P[-t_p(v) \leq t \leq t_p(v)] = p$ 。

常用的 $t_p(v)$ 值可由附表查出。

3.6.3 包含因子

合成标准不确定度 $u_c(y)$ 已经可以直接用于表示测量结果的不确定度, 但在某些工业、商业、规程应用及卫生和安全领域, 通常需要将合成标准不确定度乘以一个系数 k , 得出扩展不确定度, 用以提供测量结果的一个区间 $[y-U, y+U]$, 期望对被测量有相当影响的之落在该区间内, 并具有较高的置信水平。这里所乘的系数称为包含因子。

$$U = k u_c(y)$$

要计算扩展不确定度 U , 必须先确定包含因子 k 。 k 是与置信区间所具有的置信水平 p 密切相关的, 同时还需要对表征测量结果及合成标准不确定度的概率分布有详细的了解。

例如对一个随机变量 $X \sim N(\mu_X, \sigma)$ ，可以很快算出置信水平 p 的置信区间 $X - k_p \sigma \leq \mu_X \leq X + k_p \sigma$ 的 k_p 值。常见的有 $p=68.27\%$, $k=1$; $p=90\%$, $k=1.645$; $p=95\%$, $k=1.96$; $p=99\%$, $k=2.576$; $p=99.73\%$, $k=3$ 。

如果已知与被测量 Y 有关的输入量 $X_1, X_2 \dots X_N$ 的概率分布，（非正态分布则还应知道期望值、方差和高阶矩），且被测量 Y 和各输入量为线性函数关系， $Y = C_1 X_1 + C_2 X_2 + \dots + C_N X_N$ ，则 Y 的概率分布可由各输入量概率分布的卷积得出，然后根据卷积分布计算出具有特定置信水平的置信区间的 k_p 值。如果被测量与输入量之间是非线性关系，则不能将 Y 的分布表示成卷积，此时需采取其它数值方法，计算比较困难。

实际应用中，输入量的概率分布很多是假定的，确切知道与给定区间相关的置信水平也是不现实的，又因卷积计算十分复杂，所以卷积很少进行，一般采用中心极限定理作近似处理。

按中心极限定理可知：

(1) 如果 $Y = C_1 X_1 + C_2 X_2 + \dots + C_N X_N$ ，且所有的 X_i 均服从正态分布，则 Y 服从正态分布，即使 X_i 不服从正态分布， Y 通常也可视为服从正态分布。

(2) 如果 $\sigma^2(Y)$ 比非正态分布 X_i 的单个分量 $C_i^2 \sigma^2(X_i)$ 大得多，则 Y 分布接近正态。

(3) 测量结果如果由 n 次观测值的平均值给出，则该平均值概率分布向正态分布趋近，而与其单次观测值的概率分布无关，一般 $n \geq 3$ 即可。

因此，在大多数的实际测量工作中，测量结果的合成标准不确定度是由很多大小可比较的分量组成，这些分量产生的原因各不相同，中心极限定理所需条件一般可以得到满足，从而可以假设 y 接近正态分布。

$$\text{设: } t = \frac{y - Y}{u_c(y)}$$

这里 Y 可视为被测量的期望值， y 为测量结果，通常为多项的算术平均值， $u_c(y)$ 可视为测量结果的标准差。则 $t \sim t(n-1)$ 。

$$\begin{aligned} P[-t_p(v) \leq t \leq t_p(v)] &= p \\ P\left[-t_p(v) \leq \frac{y - Y}{u_c(y)} \leq t_p(v)\right] &= p \\ P[y - t_p(v)u_c(y) \leq Y \leq y + t_p(v)u_c(y)] &= p \end{aligned}$$

因此扩展不确定度为：

$$U_p = k_p u_c(y) = t_p(v) u_c(y)$$

$$k_p = t_p(v_{eff})$$

有时有效自由度 v_{eff} 无法得到，此时 t 分布临界值无法查，在这一情况下可取： $k=2\sim 3$ ， $k=2$ 常用于一般的测量； $k=3$ 常用于有较高质量要求的测量，如标准工作。

3.6.4 扩展不确定度

$$U = k u_c(y)$$

U —扩展不确定度 k —包含因子

被测量的最终测量结果可表示为： $Y = y \pm U$

3.7 不确定度最后报告

当给出完整的测量结果时，一般应报告其测量不确定度。在实际工作中，正式报告测量结果及其不确定度时，应包括那些信息，取决于测量目的，一般应有：

- (1) 阐明根据实验观测值和输入量的到测量结果及其不确定度的方法；
- (2) 列出全部不确定度分量，并给出它们是如何评定的及其自由度；
- (3) 数据的分析方法；
- (4) 给出分析中使用的全部修正因子和常数及其来源。

对于比较重要的测量，不确定度的报告一般应包括：

- (1) 被测量 Y 的明确定义；
- (2) 输出量与输入量之间的函数关系及灵敏度系数；
- (3) 给出每个输入量的估计值、标准不确定度、自由度，并列成表格；
- (4) 给出所有相关输入量的协方差或相关系数及得到的方法。
- (5) 给出被测量的估计值、合成标准不确定度或扩展不确定度及计算过程；
- (6) 对扩展不确定度应给出包含因子、有效自由度、置信水平；
- (7) 修正值和常数的来源及其不确定度；
- (8) 用 $Y = y \pm U$ 表示测量结果并有适当的单位。

不确定度也可以用相对形式报告。

3.8 不确定度表达方法小结

测量结果的不确定度评定的步骤总结如下：

- (1) 列出被测量 Y 和各输入量 X_i 之间的函数关系 $Y = f(X_1, X_2 \cdots X_N)$ ，计算灵敏度系

数 C_i ;

(2) 确定输入量的估计值 x_i , 采用 A 类评定或 B 类评定方法计算其标准不确定度 $u(x_i)$

及自由度;

(3) 如果有一些或所有输入量的值是相关的, 计算其协方差或相关系数;

(4) 根据函数关系、输入量的估计值计算被测量的估计值 y 。如果有已知对系统影响修正值, 应对 y 进行修正。

(5) 计算测量结果的合成标准不确定度 $u_c(y)$ 及有效自由度 ν_{eff} ;

(6) 根据有效自由度 ν_{eff} 及置信水平 p 确定包含因子 k , 计算扩展不确定度 U 。

(7) 用 $Y = y \pm U$ 表示最后测量结果。

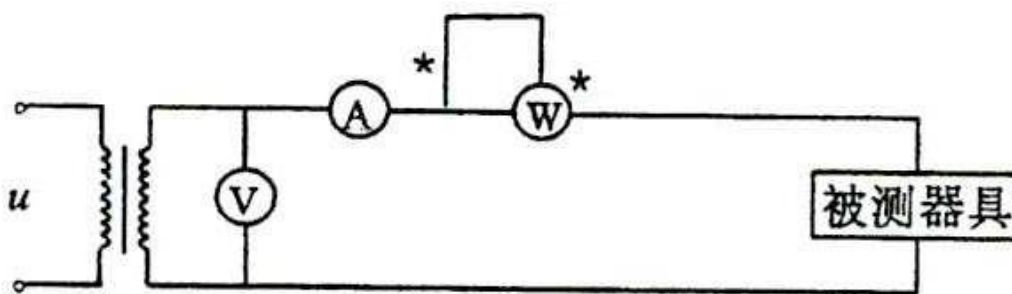
附录 A 输入功率和电流测量方法不确定度 1

1 测量方法

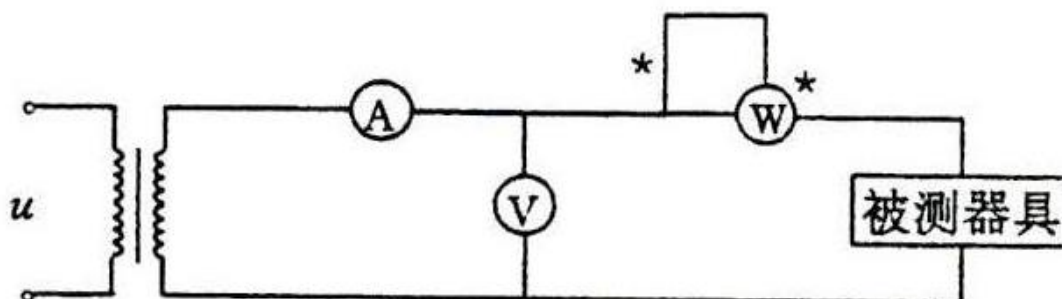
器具或可拆卸电热元件在额定电压和额定频率及充分放热条件下和正常负载下工作，采用适当测量设备测量输入电流和输入功率。对于整个工作周期中能保持稳定工作状态的器具测量方法如下：

A 单相器具

内接法



外接法



B 三相器具

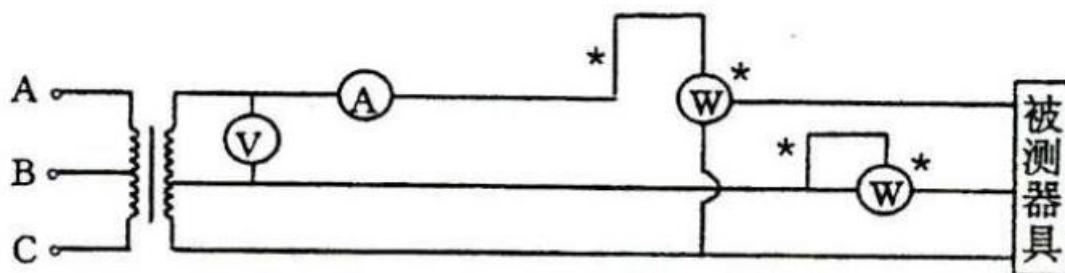


图 11 输入电流、功率测量（稳态）

2 数学模型

2.1 由于所有的被测电流均可由表头直接读取，故

$$I_x = I$$

I_x ——被测输入电流值 A；

I ——表头读数 A

2.2 用瓦特表、数字功率分析仪测功率时，测量结果可直接由表头读取，故

$$P_x = P$$

P_x ——被测功率 W；

P ——表头读数 W

3 方差与传播系数

$$u^2(I_x) = \left(\frac{\partial f}{\partial I} \right)^2 u^2(I) = c^2(I) u^2(I)$$

$$c(I) = 1$$

$$u^2(I_x) = u^2(I)$$

$$u^2(P_x) = \left(\frac{\partial f}{\partial P} \right)^2 u^2(P) = c^2(P) u^2(P)$$

$$c(P) = 1$$

$$u^2(P_x) = u^2(P)$$

本不确定度分析以台扇的内接法测量为例， $I=0.174A$ ， $P=38W$

4 标准不确定度一览表

4.1 输入电流

表 4-1 标准不确定度一览表

标准不确定度分量 u_i	不确定度来源	标准不确定度值	$c_i = \partial f / \partial x_i$	$ c_i \times u(x_i)$	自由度
u_1	重复性误差	0.17%	1	0.17%	3
u_2	表头示值误差	0.29%	1	0.29%	50
u_3	读数误差	0.166%	1	0.166%	50
u_4	稳压源波动误差	0.12%	1	0.12%	50
$u_c(I_x) = 0.39\%$ $v_{eff} = 53$					

4.2 功率

表 4-2 标准不确定度一览表

标准不确定度分量 u_i	不确定度来源	标准不确定度值	$c_i = \partial f / \partial x_i$	$ c_i \times u(x_i)$	自由度
u_1	重复性误差	0.16%	1	0.16%	3
u_2	表头示值误差	0.29%	1	0.29%	50
u_3	读数误差	0.26%	1	0.2%	50
u_4	稳压源波动误差	0.23%	1	0.23%	50

$$u_c(P_x) = 0.48\%$$

$$v_{eff} = 105$$

5 标准不确定度的 A 类评定

5.1 输入电流

实验中进行 4 次重复测量，实际检测中只进行一次，根据白塞尔公式：

$$u_1 = \sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = 0.17\%$$

$$v = n - 1 = 3$$

5.2 功率

实验中进行 4 次重复测量，实际检测中只进行一次，根据白塞尔公式：

$$u_1 = \sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = 0.16\%$$

$$v = n - 1 = 3$$

6 标准不确定度的 B 类评定

6.1 输入电流

6.1.1 示值不确定度分量 u_2

电流表 0.5 级合格，极限误差为 $\pm 0.5\%$ ，均匀分布，估计其可靠性 10%。

$$u_2 = 0.5\% / \sqrt{3} = 0.29\%$$

$$v = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

6.1.2 读数不确定度分量 u_3

测量中采用 0.5A 量程，分 100 格，估读误差为 1/10 格，实际测时读数为 34.8 格，均匀分布，估计其可靠性 10%。

$$u_3 = \frac{0.1}{34.8 * \sqrt{3}} = 0.166\%$$

$$v = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

6.1.3 稳压源波动不确定度分量 u_4

稳压源稳压精度 0.2%，故

$$U = (1 \pm 0.2\%)U_{\text{额}}$$

$$I_{\text{实}} = \frac{(1 \pm 0.2\%)U_{\text{额}}}{R_A + R_W + R}$$

$$\Delta = \pm 0.2\% I_{\text{实}}$$

$$\frac{\Delta}{I_{\text{实}}} = \pm 0.2\%$$

均匀分布，估计其可靠性 10%。

$$u_4 = 0.2\% / \sqrt{3} = 0.12\%$$

$$v = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

6.2 功率

6.2.1 示值不确定度分量 u_2

瓦特表 0.5 级合格，极限误差为 $\pm 0.5\%$ ，均匀分布，估计其可靠性 10%。

$$u_2 = 0.5\% / \sqrt{3} = 0.29\%$$

$$v = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

6.2.2 读数不确定度分量 u_3

测量中采用 600w 量程，分 120 格，估读误差为 1/10 格，实际测时读数为 38 格，均匀分布，估计其可靠性 10%。

$$u_3 = \frac{0.1}{38} \times 100\% = 0.26\%$$

$$v = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

6.2.3 稳压源波动引起的不确定度 u_4

$$P = \frac{U^2}{R}, \quad \Delta P = \frac{\partial P}{\partial U} \Delta U = \frac{2U}{R} \Delta U$$

故

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{2\Delta U}{U}$$

又因为
$$\frac{\Delta U}{U} = \pm 0.2\%$$

故
$$\frac{\Delta P}{P} = \pm 0.4\%$$

均匀分布，估计其可靠性 10%

$$u_4 = \frac{0.4\%}{\sqrt{3}} = 0.23\%$$

$$v = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{10}\right)^{-2} = 50$$

7 合成标准不确定度

7.1 输入电流

$$\begin{aligned} u_c &= \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2} \\ &= \sqrt{0.17^2 + 0.29^2 + 0.166^2 + 0.12^2} \% \\ &= 0.39\% \end{aligned}$$

7.2 功率

$$\begin{aligned} u_c &= \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2} \\ &= \sqrt{0.16^2 + 0.29^2 + 0.26^2 + 0.23^2} \% \\ &= 0.48\% \end{aligned}$$

8 有效自由度的计算及包含因子的确定

8.1 输入电流

$$v_{eff} = \frac{u_c^4}{\sum \frac{c_i^4 u_i^4}{v_i}} = \frac{0.39^4}{\frac{0.17^4}{3} + \frac{0.29^4}{50} + \frac{0.166^4}{50} + \frac{0.12^4}{50}} = 53$$

$$k_p = t_p(v_{eff}) = t_{0.95}(53) = 2.01$$

8.2 功率

$$v_{eff} = \frac{u_c^4}{\sum \frac{c_i^4 u_i^4}{v_i}} = \frac{0.48^4}{\frac{0.16^4}{3} + \frac{0.29^4}{50} + \frac{0.26^4}{50} + \frac{0.23^4}{50}} = 105$$

$$k_p = t_p(v_{eff}) = t_{0.95}(105) = 1.98$$

9 扩展不确定度

9.1 输入电流

$$U_p = k_p \cdot u_c = 2.01 \times 0.39\% = 0.78\%$$

9.2 功率

$$U_p = k_p \cdot u_c = 1.98 \times 0.48\% = 0.95\%$$

10 不确定度的最后报告

10.1 输入电流扩展不确定度 $U_p = 0.78\%$

(U_p 由合成标准不确定度 $u_c = 0.39\%$ ，按置信水准 $p=0.95$ ，自由度 $\nu=53$ 所得 t 分布临界值——包含因子 $k_p = 2.01$ 而得。)

10.2 功率扩展不确定度 $U_p = 0.95\%$

(U_p 由合成标准不确定度 $u_c = 0.48\%$ ，按置信水准 $p=0.95$ ，自由度 $\nu=105$ 所得 t 分布临界值——包含因子 $k_p = 1.98$ 而得。)

11 备注

内接法测量中的原理误差：

$$I = \frac{U_{\text{额}}}{R}$$

R 为被测器具内阻；

$$I_s = \frac{U_{\text{额}}}{R_A + R_W + R}$$

R_A 为电流表内阻， R_W 为瓦特表内阻；

$$\Delta = I - I_s = \frac{R_A + R_W}{(R_A + R_W + R)R} U_{\text{额}}$$

I 为输入电流理论值， I_s 为输入电流实际值；

$$\frac{\Delta}{I_s} = \frac{R_A + R_W}{R} \times 100\%$$

一般情况下， $\frac{\Delta}{I_s} < 1\%$ ，这一项是可修正系统误差，应在测量结果中进行修正。外接法原理误差可同理推导。

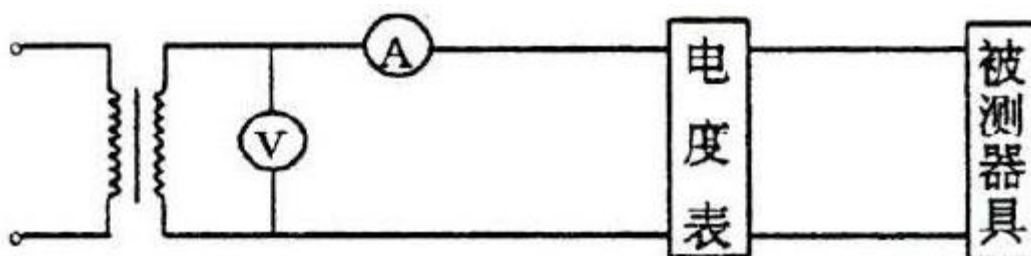
附录 B 输入功率和电流测量方法不确定度 2

1 测量方法

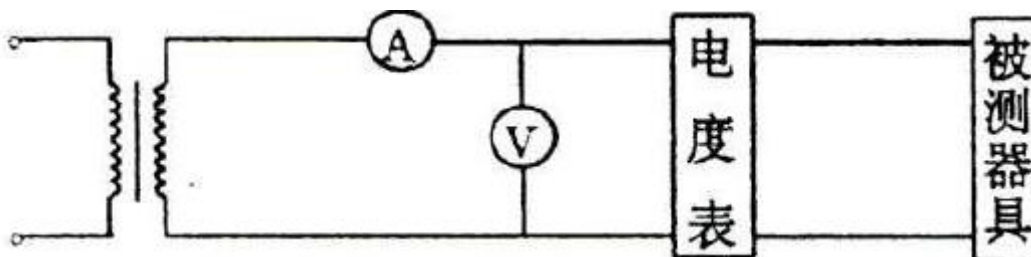
器具或可拆卸电热元件在额定电压和额定频率及充分放热条件下和正常负载下工作，采用适当测量设备测量输入电流和功率。对于整个工作周期中工作状态会发生变化的器具的测量方法如下：

A 单相器具

内接法



外接法



B 三相器具

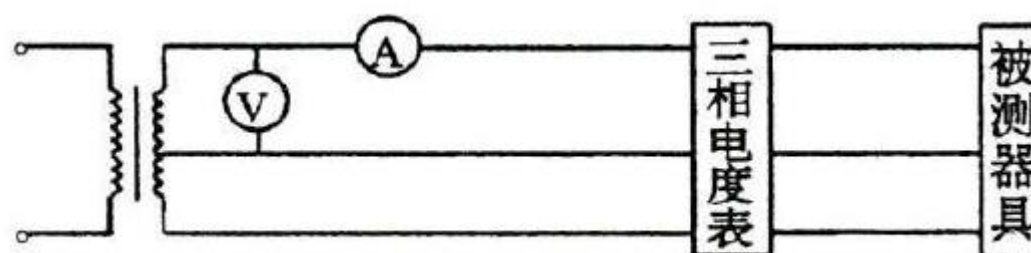


图 12 输入电流、功率测量（非稳态）

2 数学模型

$$P_x = \frac{w}{t} \quad w = \frac{n}{N} \times 3.6 \times 10^6 \text{ 瓦秒}$$

P_x —— 被测功率 w ;

w —— 电度表累积测得电能;

N —— 电度表每千瓦时盘转动数;

n —— 电度表的转数 转;

t —— 测量时间 s

3 方差与传播系数

$$u^2(P_x) = \left(\frac{\partial f}{\partial w}\right)^2 u^2(w) + \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)^2 u^2(t) = c^2(w)u^2(w) + c^2(t)u^2(t)$$

$$c(w) = \frac{1}{t} \quad c(t) = -\frac{w}{t^2}$$

$$u^2(P_x) = \frac{1}{t^2} u^2(w) + \frac{w^2}{t^4} u^2(t)$$

$$\left(\frac{u(P_x)}{P_x}\right)^2 = \frac{u^2(w)}{w^2} + \frac{u^2(t)}{t^2}$$

本不确定度分析以榨汁机为例

4 标准不确定度一览表

表 4-1 标准不确定度一览表

标准不确定度分量 u_i	不确定度来源	标准不确定度值	$c_i = \partial f / \partial x_i$	$ c_i \times u(x_i)$	自由度
u_1	重复性误差	0.2%	1	0.2%	2
u_2	表头示值误差	0.29%	1	0.29%	50
u_3	电子秒表误差	0.02%	1	0.02%	8
$u_c(P_x) = 0.35\%$					
$\nu_{eff} = 16$					

5 标准不确定度的 A 类评定

实验中进行 3 次重复测量，实际检测中只进行一次，根据白塞尔公式：

$$u_1 = \sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = 0.2\%$$

$$v = n - 1 = 2$$

6 标准不确定度的 B 类评定

6.1 示值不确定度分量 u_2

根据检定证书，电度表（单相、三相）0.5 级合格，极限误差为 $\pm 0.5\%$ ，均匀分布，估计其可靠性 10%。

$$u_2 = 0.5\% / \sqrt{3} = 0.29\%$$

$$v = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

6.2 电子秒表引起的不确定度分量 u_3

根据检定证书，电子秒表的极限误差 $\pm 0.06\%$ ，正态分布，取 $k=3$ ，估计其可靠性为 25%。

$$u_3 = 0.06\% / 3 = 0.02\%$$

$$v = (1/2)(25/100)^{-2} = 8$$

7 合成标准不确定度

$$u_c = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} = \sqrt{0.22^2 + 0.29^2 + 0.02^2} \% = 0.35\%$$

8 有效自由度的计算及包含因子的确定

$$v_{eff} = \frac{u_c^4}{\sum \frac{c_i^4 u_i^4}{v_i}} = \frac{0.35^4}{\frac{0.2^4}{2} + \frac{0.29^4}{50} + \frac{0.02^4}{8}} = 16$$

$$k_p = t_p(v_{eff}) = t_{0.95}(16) = 2.12$$

9 扩展不确定度

$$U_p = k_p \cdot u_c = 2.12 \times 0.35\% = 0.74\%$$

10 不确定度的最后报告

扩展不确定度 $U_p = 0.74\%$

(U_p 由合成标准不确定度 $u_c = 0.35\%$ ，按置信水准 $p=0.95$ ，自由度 $\nu=16$ 所得 t 分布临界值——包含因子 $k_p = 2.12$ 而得。)

11 备注

内接法、外接法测量中的原理误差属于可修正的系统误差。

附录 C 输入功率和电流测量方法不确定度 3

1 测量方法

器具或可拆卸电热元件在额定电压和额定频率及充分放热条件下和正常负载下工作，可用电压电流功率测量仪直接测量输入电流和功率。

2 数学模型

由于电流可由表头直接读取，故

$$I_x = I$$

I_x ——被测输入电流 A；

I ——表头读数 A

由于功率测量结果可直接由表头读取，故

$$P_x = P$$

P_x ——被测功率 W；

P ——表头读数 W

3 方差与传播系数

$$u^2(I_x) = \left(\frac{\partial f}{\partial I} \right)^2 u^2(I) = c^2(I) u^2(I)$$

$$c(I) = 1$$

$$u^2(I_x) = u^2(I)$$

$$u^2(P_x) = \left(\frac{\partial f}{\partial P} \right)^2 u^2(P) = c^2(P) u^2(P)$$

$$c(P) = 1$$

$$u^2(P_x) = u^2(P)$$

本不确定度分析以电饭锅测量为例，测得 $I=1.6A$ ， $P=352.6W$

4 标准不确定度一览表

表 4-1

标准不确定度一览表

标准不确定度分量 u_i	不确定度来源	标准不确定度值	$c_i = \partial f / \partial x_i$	$ c_i \times u(x_i)$	自由度
u_1	重复性误差	0.2%	1	0.2%	2
u_2	电压表引起电流表误差	0.29%	1	0.29%	50
	电压表引起功率表误差	0.58%		0.58%	
u_3	表头示值误差	0.296%	1	0.29%	50
u_4	电流表表头量化误差	0.018%	1	0.018%	50
	功率表表头量化误差	0.008%		0.008%	

$$u_c(I_x) = 0.46\%$$

$$v_{eff} = 41$$

$$u_c(P_x) = 0.68\%$$

$$v_{eff} = 67$$

5 标准不确定度的 A 类评定

实验中进行 3 次重复测量，实际检测中只进行一次，根据白塞尔公式：

$$u_1 = \sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = 0.2\%$$

$$v_1 = n - 1 = 2$$

6 标准不确定度的 B 类评定

6.1 额定电压设置引起的不确定度分量 u_2

电压表精度为 0.5 级，极限误差 $\pm 0.5\%$ ，引起的电流变化极限误差 $\pm 0.5\%$ ，功率变化极限误差 $\pm 1\%$ ，均匀分布，估计其可靠性 10%。

$$u_2(I) = 0.5\% / \sqrt{3} = 0.29\%$$

$$u_2(P) = 1\% / \sqrt{3} = 0.58\%$$

$$v_2 = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

6.2 示值不确定度分量 u_3

表头均 0.5 级合格，极限误差为 $\pm 0.5\%$ ，均匀分布，估计其可靠性 10%。

$$u_3 = 0.5\% / \sqrt{3} = 0.29\%$$

$$v_3 = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

6.3 量化误差引起的不确定度分量 u_4

电流表的分辨率为 0.001A，功率表的分辨率为 0.1W，均估计均匀分布，估计其可靠性 10%。

$$u_4(I) = \frac{0.001}{2\sqrt{3} \times 1.6} = 0.018\%$$

$$u_4(P) = \frac{0.1}{2\sqrt{3} \times 352.6} = 0.008\%$$

$$v_4 = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

7 合成标准不确定度

$$u_c(I) = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2} = \sqrt{0.2^2 + 0.29^2 + 0.29^2 + 0.018^2} \% = 0.46\%$$

$$u_c(P) = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2} = \sqrt{0.2^2 + 0.58^2 + 0.29^2 + 0.008^2} \% = 0.68\%$$

8 有效自由度的计算及包含因子的确定

电流

$$v_{eff} = \frac{u_c^4}{\sum \frac{c_i^4 u_i^4}{v_i}} = \frac{0.46^4}{\frac{0.2^4}{2} + \frac{0.29^4}{50} + \frac{0.29^4}{50} + \frac{0.018^4}{50}} = 41$$

$$k_p = t_p(v_{eff}) = t_{0.95}(41) = 2.02$$

功率

$$v_{eff} = \frac{u_c^4}{\sum \frac{c_i^4 u_i^4}{v_i}} = \frac{0.68^4}{\frac{0.2^4}{2} + \frac{0.58^4}{50} + \frac{0.29^4}{50} + \frac{0.008^4}{50}} = 67$$

$$k_p = t_p(v_{eff}) = t_{0.95}(67) = 2.0$$

9 扩展不确定度

电流 $U_p = k_p \cdot u_c(I) = 2.02 \times 0.46\% = 0.93\%$

功率 $U_p = k_p \cdot u_c(P) = 2.0 \times 0.68\% = 1.36\%$

10 不确定度的最后报告

电流扩展不确定度 $U_p = 0.93\%$

(U_p 由合成标准不确定度 $u_c = 0.46\%$, 按置信水准 $p=0.95$, 自由度 $\nu=41$ 所得 t 分布临界值——包含因子 $k=2.02$ 而得。)

功率扩展不确定度 $U_p = 1.36\%$

(U_p 由合成标准不确定度 $u_c=0.68\%$ ，按置信水准 $p=0.95$ ，自由度 $\nu=67$ 所得 t 分布临界值——包含因子 $k=2.0$ 而得。)

附录 D 泄漏电流测量方法不确定度

1 测量方法

1.1 工作温度下器具正常使用中的泄漏电流是用 XLD-B 型漏电测量仪直接在表头读数测得。

1.2 工作温度下泄漏电流的测试：

——在电源的任一极与易触及的金属部件或紧贴在绝缘材料表面的金属箔之间进行（金属箔和绝缘材料易触及表面的接触面积不超过 $20\text{cm} \times 10\text{cm}$ ）。

——在电源任一极与 I 类器具的仅用基本绝缘与带电部件隔开的金属部件之间进行。

2) 潮态试验后泄漏电流的测试：

潮态试验后泄漏电流的测量是在器具进行潮态试验后在潮态箱中进行的。测量部件为：

——带电部件与仅用基本绝缘与带电件隔离的壳体之间。

——带电部件与加强绝缘的壳体之间。

2 数学模型

由于泄漏电流可在测量仪上直接读取，故

$$I_x = I_N$$

I_x ——泄漏电流实际值 mA ；

I_N ——测量仪读数 mA

3 方差与传播系数

$$u^2(I_x) = \left(\frac{\partial f}{\partial I_N} \right)^2 u^2(I_N) = c^2(I_N) u^2(I_N)$$

$$c(I_N) = 1$$

$$u^2(I_x) = u^2(I_N)$$

本不确定度分析以微波炉测试为例，工作状态下基本绝缘的泄漏电流为 0.32 mA ，潮态下基本绝缘的泄漏电流为 0.37 mA 。

4 标准不确定度一览表

表 4-1 标准不确定度一览表

标准不确定度分量 u_i	不确定度来源	标准不确定度值 mA	$c_i = \partial f / \partial x_i$	$ c_i \times u(x_i)$	自由度
u_1	重复性误差	0.001	1	0.001	1
u_2	仪器固有误差	0.0053	1	0.0053	50
u_3	仪器量化误差	0.0003	1	0.0003	∞
u_4	温度附加误差	0.0011 (工作温度下) 0.0006 (潮态试验后)	1	0.0011 0.0006	8
u_5	相对湿度影响	0.0043 (潮态试验后)	1	0.0043	50
u_6	试验功率影响	0.0012	1	0.0012	50
工作温度下 $u_c = 0.006 mA$ 或 1.7%		$v_{eff} = 76$			
潮态试验后 $u_c = 0.007 mA$ 或 1.9%		$v_{eff} = 102$			

5 标准不确定度的 A 类评定

实验中进行了两次重复测量，根据白塞尔公式算得 $\sigma = 0.001 mA$ 。实际检测中只进行一次，则：

$$u_1 = \sigma = 0.001 mA$$

$$v_1 = n - 1 = 1$$

6 标准不确定度的 B 类评定

6.1 由漏电网固有的系统误差估算的不确定度分量 u_2

根据检定证书，该仪器的系统误差极限值为 $\pm 5\%$ ，正态分布，取 $k=3$ ，估计其相对不确定度 10%。

工作温度下

$$u_2 = \frac{0.32 \times 5\%}{3} = 0.0053 mA$$

潮态下

$$u_2 = \frac{0.37 \times 5\%}{3} = 0.0062 mA$$

$$v_2 = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

6.2 由漏电网读数时的量化误差估算的不确定度分量 u_3

2 mA 档、分辨率 0.001 mA 漏电网读数时量化误差以等概率出现在半宽为 0.001/2 mA

的区间内，为确切已知量。

$$u_3 = \frac{0.001/2}{\sqrt{3}} = 0.0003 \text{ mA}$$

$$v_3 = \infty$$

6.3 由漏电流温度附加误差引起的不确定度分量 u_4

环境每变化 $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ ，示值变化不超过 $\pm 1.5\%$ ，一般电热产品、电动产品和组合器具在试验时，试验室温度保持在 $(20 \pm 5)\text{ }^{\circ}\text{C}$ ，认为示值变化极限值 $\pm 1\%$ ，正态分布 $k=3$ ，估计其相对不确定度 25% 。

$$u_4 = \frac{0.32 \times 1\%}{3} = 0.0011 \text{ mA}$$

$$v_4 = (1/2)(25/100)^{-2} = 8$$

潮态试验后器具的泄漏电流测试，试验室温度保持在 $(20 \pm 1)\text{ }^{\circ}\text{C}$ ，认为示值变化不超过 0.5% ，正态分布 $k=3$ ，估计相对不确定度 25% 。

$$u_4 = \frac{0.37 \times 0.5\%}{3} = 0.0006 \text{ mA}$$

$$v_4 = (1/2)(25/100)^{-2} = 8$$

6.4 由测量环境相对湿度变化引起的不确定度分量 u_5

在工作温度下测试时，相对湿度变化的影响可忽略不计，潮态试验后相对湿度保持在 $93 \pm 2\%$ ，相对湿度每变化 1% ，基本绝缘泄漏电流变化 1% ，均匀分布，估计其相对不确定度 10%

$$u_5 = \frac{0.37 \times 2 \times 1\%}{\sqrt{3}} = 0.0043 \text{ mA}$$

$$v_5 = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

6.5 由试验功率、电压误差引起的不确定度分量 u_6

对于电热器具，微波炉 $\Delta P = 0.25\% \times \text{量程} + 0.25\% \times \text{读数} = 7\text{ W}$ ，泄漏电流变化不超过 0.002 mA ，认为服从均匀分布，估计其相对不确定度 10% 。

$$u_6 = \frac{0.002}{\sqrt{3}} = 0.0012 \text{ mA}$$

$$v_6 = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

对于电动器具、组合器具而言，电压值每变化 1V，泄漏电流变化在 1%左右，试验电压的极限偏差一般不超过 2V，泄漏电流变化极限值为 2%。

7 合成标准不确定度

工作温度下

$$\begin{aligned} u_c &= \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 + u_6^2} \\ &= \sqrt{0.001^2 + 0.0053^2 + 0.0003^2 + 0.0011^2 + 0.0012^2} = 0.006 \text{ mA} \end{aligned}$$

或

$$u_c = \frac{0.006}{0.32} \times 100\% = 1.7\%$$

潮态试验后

$$\begin{aligned} u_c &= \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 + u_5^2 + u_6^2} \\ &= \sqrt{0.001^2 + 0.0053^2 + 0.0003^2 + 0.0006^2 + 0.0043^2 + 0.0012^2} \\ &= 0.007 \text{ mA} \end{aligned}$$

或

$$u_c = \frac{0.007}{0.37} \times 100\% = 1.9\%$$

8 有效自由度的计算及包含因子的确定

工作温度下

$$\begin{aligned} v_{eff} &= \frac{u_c^4}{\sum \frac{c_i^4 u_i^4}{v_i}} \\ &= \frac{0.006^4}{\frac{0.001^4}{1} + \frac{0.0053^4}{50} + \frac{0.0003^4}{\infty} + \frac{0.0011^4}{8} + \frac{0.0012^4}{50}} = 76 \end{aligned}$$

$$k_p = t_p(v_{eff}) = t_{0.95}(76) = 1.99$$

潮态试验后

$$v_{eff} = \frac{u_c^4}{\sum \frac{c_i^4 u_i^4}{v_i}}$$

$$= \frac{0.007^4}{\frac{0.001^4}{1} + \frac{0.0053^4}{50} + \frac{0.0003^4}{\infty} + \frac{0.0006^4}{8} + \frac{0.0043^4}{50} + \frac{0.0012^4}{50}}$$

$$= 102$$

$$k_p = t_p(v_{eff}) = t_{0.95}(102) = 1.98$$

9 扩展不确定度

工作温度下 $U_p = k_p u_c = 1.99 \times 0.006 = 0.012 \text{ mA}$

或 $U_p = k_p u_c = 1.99 \times 1.7\% = 3.4\%$

潮态试验后 $U_p = k_p u_c = 1.98 \times 0.007 = 0.014 \text{ mA}$

或 $U_p = k_p u_c = 1.98 \times 1.9\% = 3.8\%$

10 不确定度的最后报告

工作温度下，微波炉基本绝缘扩展不确定度 $U_p = 3.4\%$

(U_p 由合成标准不确定度 $u_c = 1.7\%$ ，按置信水准 $p=0.95$ ，自由度 $\nu=76$ 所得 t 分布临界值——包含因子 $k_p = 1.99$ 而得。)

潮态试验后，微波炉基本绝缘扩展不确定度 $U_p = 3.8\%$

(U_p 由合成标准不确定度 $u_c = 1.9\%$ ，按置信水准 $p=0.95$ ，自由度 $\nu=102$ 所得 t 分布临界值——包含因子 $k_p = 1.98$ 而得。)

附录 E 接地电阻测量方法不确定度

1 测量方法

接地电阻为接地端子或接地触点与所需连接在一起的部件（即接地部件）之间的电阻。测量时，从空载电压不超过 12V 的交流电源取器具额定电流的 1.5 倍或 25A 的电流（两者中选用较大的电流），让其依次在接地端子或接地接触点与各个接地部件之间通过。测量被测部件之间的电压降，即可计算出接地电阻值。 $R = u/i = Ku$ ，令 $K=1$ ，则 $R = u$ ，即交流电压表读数可直接反映电阻值。

接地电阻测试台有四条测量线，其中两条为电压线，另两条为电流线，用线末端的夹子夹紧被测部件，如图 13 所示（电压线应在电流线之间）。



图 13 接地电阻测量方法

接通电源，按下电源开关，先将仪器预热，再进行测量。选择合适的“工作电流选择”开关档（一般为 25A），调节“工作电流微调”旋钮，使电流表指示为 25A，此时“电阻表”的指示值即为试样接地电阻值。

2 数学模型

被测接地电阻可由接地电阻测试台表头直接读取。

$$r = R$$

r —— 被测接地电阻值

R —— 接地电阻测试台示值

3 方差与传播系数

由于所有的被测电阻可由表头直接读取，故接地电阻的不确定度即接地电阻测试台的

示值不确定度。

$$u_c^2 = u^2(R)$$

本不确定度以 National 换气扇 15ASTIC (150 mm) 为例

4 标准不确定度一览表

表 4-1 标准不确定度一览表

标准不确定度分量 u_i	不确定度来源	标准不确定度值	$c_i = \partial f / \partial x_i$	$ c_i \times u(x_i)$	自由度
u_1	表头示值误差	1.15%	1	1.15%	50
u_2	不同人、时间读数误差	1.15%	1	1.15%	2
u_3	电流波动引起的误差	0.58%	1	0.58%	50
		$u_c = 1.73\%$	$v_{eff} = 10$		

5 评定分量标准不确定度

根据本实验的实际情况，采用 B 类评定方法

5.1 示值不确定度分量 u_1

根据检定证书，接地电阻测试台的最大允差为±2%，均匀分布，估计其相对不确定度 10%。

$$u_1 = 2\% / \sqrt{3} = 1.15\%$$

$$v_1 = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

5.2 不同人员或不同时间读数引起的不确定度分量 u_2

由于每次测量时所用时间不同，通过试验，我们认为偏差不超过±2%，均匀分布，估计其相对不确定度为 50%。

$$u_2 = 2\% / \sqrt{3} = 1.15\%$$

$$v_2 = (1/2)(50/100)^{-2} = 2$$

5.3 电流波动引起不确定度分量 u_3

测量时是通过微调旋钮控制电流在 25A，实际电流在 25A 上下波动，根据检定证书，

电流最大允差为±1%，相应的引起示值波动最大偏差±1%，均匀分布，估计其相对不确定度 10%。

$$u_3 = 1\% / \sqrt{3} = 0.58\%$$

$$v_3 = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

6 合成标准不确定度

$$u_c = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} = \sqrt{1.15^2 + 1.15^2 + 0.58^2} \% = 1.73\%$$

7 有效自由度的计算及包含因子的确定

$$v_{eff} = \frac{u_c^4}{\sum \frac{c_i^4 u_i^4}{v_i}} = \frac{1.73^4}{\frac{1.15^4}{50} + \frac{1.15^4}{2} + \frac{0.58^4}{50}} = 10$$

$$k_p = t_p(v_{eff}) = t_{0.95}(10) = 2.23$$

8 扩展不确定度

$$U_p = k_p \cdot u_c = 2.23 \times 1.73\% = 3.9\%$$

9 不确定度的最后报告

扩展不确定度 $U_p = 3.9\%$

(U_p 由合成标准不确定度 $u_c = 1.73\%$ ，按置信水准 $p=0.95$ ，自由度 $\nu=10$ 所得 t 分布临界值——包含因子 $k_p = 2.23$ 而得。)

10 备注

当被测点用导线引出时，需考虑导线电阻引起的误差，该项属于可修正系统误差，不在本不确定度考虑之内。

测量方法存在原理误差，该误差较小，可忽略不计，属于可修正的系统误差，不在本不确定度考虑之内。

附录 F 电气强度测试方法不确定度 1

1 测量方法

为考核产品的绝缘（基本绝缘、双重绝缘、加强绝缘）耐压能力，用绝缘耐压试验机在样品的由绝缘隔离的不同极性带电件之间、带电件与金属外露部件之间或带电件与外部绝缘材料表面之间施加规定的电压值进行测试。一般历时一分钟，期间不得出现闪络和击穿。

2 数学模型

$$x = I$$

试验时，设定耐压台电压值为 1.25kV, 读取施加高压后样品的实际泄漏电流值 I 。

3 方差与传播系数

根据公式 $u_c^2(x) = c^2(I)u^2(I)$,

其中 $c(I) = \left(\frac{\partial f}{\partial I}\right) = 1$,

故 $u_c^2 = u^2(I)$

本不确定度以日本菊水产 TOS9000 耐压测试仪测 FT-30 型号，直径 300mm、额定功率 45w 的台扇为例，带电件与外壳之间实际值 $U = 1.25kV$, $I = 0.064mA$; 设定值 $U_0 = 1.25kV$, $I_0 = 10mA$ 。

4 标准不确定度一览表

表 4-1 标准不确定度一览表

标准不确定度分量 u_i	不确定度来源	标准不确定度值 mA	$c_i = \partial f / \partial x_i$	$ c_i \times u(x_i)$	自由度
u_1	耐压台调压误差	0.0012	1	0.0012	2
u_2	电源波动	0.0006	1	0.0006	2
u_3	材料状况、环境条件	0.0018	1	0.0018	2
$u_c = 0.0022 \text{ mA}$		$\nu_{eff} = 4$			

5 评定分量标准不确定度

根据本实验的实际情况，采用 B 类评定。

5.1 耐压台的调压误差引起的不确定度分量 u_1

由仪器检定证书，该测量仪的输出数字电压表的允许误差为 $\pm 2\% \times 1.25 + 0.002 = 0.027kV$ ，数字表的量化误差为 $0.001/2kV$ 。合成调压误差为：
 $\sqrt{0.027^2 + (0.001/2)^2} = 0.027kV$ 。通过试验可知，引起的泄漏电流变化极限不超过 $0.002mA$ ，认为服从均匀分布，估计其相对不确定度 50%。

$$u_1 = \frac{0.002}{\sqrt{3}} = 0.0012 \text{ mA}$$

$$v_1 = (1/2)(50/100)^{-2} = 2$$

5.2 电源波动对耐压台电压输出造成的误差引起的不确定度分量 u_2

稳压源的稳压精度为 $\pm 2\%$ ，造成耐压台电压输出变化的极限误差为 $\pm 1\%$ ，即 $1.25 \times 1\% = 0.0125kV$ ，通过试验可知，引起的泄漏电流变化的极限值为 $0.001mA$ ，均匀分布，估计相对不确定度为 50%。

$$u_2 = \frac{0.001}{\sqrt{3}} = 0.0006 \text{ mA}$$

$$v_2 = (1/2)(50/100)^{-2} = 2$$

5.3 材料状况、环境条件不完善引起的不确定度分量 u_3

由于材料表面的灰尘和污垢对泄漏电流有影响，同时由于绝缘材料的吸水性耐潮性不同，不同的环境条件也会对结果产生影响，试验中，根据经验可知，这两项影响的极限误差不超过 5%，均匀分布，估计相对不确定度 50%。

$$u_3 = \frac{0.064 \times 5\%}{\sqrt{3}} = 0.0018 \text{ mA}$$

$$v_3 = (1/2)(50/100)^{-2} = 2$$

6 合成标准不确定度

$$\begin{aligned} u_c &= u(I) \\ &= \sqrt{0.0012^2 + 0.0006^2 + 0.0018^2} \\ &= 0.0022mA \end{aligned}$$

7 有效自由度的计算及包含因子的确定

$$v_{eff} = \frac{u_c^4}{\sum \frac{c_i^4 u_i^4}{v_i}} = \frac{0.0022^4}{\frac{0.0012^4}{2} + \frac{0.0006^4}{2} + \frac{0.0018^4}{2}} = 4$$

$$k_p = t_p(v_{eff}) = t_{0.95}(4) = 2.78$$

8 扩展不确定度

$$U_p = k_p \cdot u_c = 2.78 \times 0.0022 = 0.006 \text{ mA}$$

9 不确定度的最后报告

判断结果的扩展不确定度 $U_p = 0.006 \text{ mA}$

(U_p 由合成标准不确定度 $u_c = 0.0022 \text{ mA}$ ，按置信水准 $p=0.95$ ，自由度 $v=4$ 所得 t 分布临界值——包含因子 $k_p = 2.78$ 而得。)

10 备注

10.1 通常情况下，电气强度试验在现场只进行一次，不进行重复试验。

10.2 当 $U_0 = 1.25 \text{ kV}$ 时，产品泄漏电流的最大允许值为 10 mA ，只要不超过 10 mA 即可认为合格。由于测量结果的扩展不确定度 $U = 0.006 \text{ mA}$ ，所以 I 只要落于 $(-\infty, 10 - 0.006 \text{ mA})$ ，都是合格的。

附录 G 电气强度测试方法不确定度 2

1 测量方法

为考核产品的绝缘（基本绝缘、双重绝缘、加强绝缘）耐压能力，用绝缘耐压试验机在样品的由绝缘隔离的不同极性带电件之间、带电件与金属外露部件之间或带电件与外部绝缘材料表面之间施加规定的电压值进行测试。一般历时一分钟，期间不得出现闪络和击穿。

2 数学模型

$$\Delta = I_0 - I$$

试验时，根据标准要求设定耐压台的动作泄漏电流 I_0 。施加高压后样品的实际泄漏电流 I 。通过比较二者的大小判断合格与否。 $\Delta \geq 0$ 合格， $\Delta < 0$ 则不合格。

3 方差与传播系数

根据公式 $u_c^2(y) = c^2(I_0)u^2(I_0) + c^2(I)u^2(I)$,

其中 $c(I_0) = \left(\frac{\partial f}{\partial I_0} \right) = 1, c(I) = \left(\frac{\partial f}{\partial I} \right) = 1,$

故 $u_c^2 = u^2(I_0) + u^2(I)$

本不确定度以 ZNY-T 型绝缘耐压试验机测 FT-30 型，直径 300mm、额定功率 45w 的台扇为例，带电件与外壳之间实际值 $U = 1.25kV$ ，设定值 $I_0 = 10mA$ 。ZNY-A 型绝缘耐压试验机不显示实际电流值。

4 标准不确定度一览表

表 4-1 标准不确定度一览表

标准不确定度分量 u_i	不确定度来源	标准不确定度值 mA	$c_i = \partial f / \partial x_i$	$ c_i \times u(x_i)$	自由度
u_1	实际泄漏电流不确定度	0.0044	1	0.0044	63
u_{11}	试验电压误差	0.004			44
u_{12}	材料状况、环境条件	0.0018			50
u_2	动作电流设置误差	0.647	1	0.647	50

$$u_c = 0.647 \text{ mA} \quad v_{eff} = 50$$

5 评定分量标准不确定度

根据本试验的实际情况，采用 B 类评定方法。

5.1 试验电压下泄漏电流实际值的不确定度分量 u_1

5.1.1 试验电压误差引起的不确定度分量

5.1.1.1 耐压台调压误差引起的不确定度分量

由试验机检定证书,电压 3 级合格,量程为 5kV,故其调压极限误差为 $5 \times 3\% = 0.15kV$,正态分布,取 $k=3$,估计其相对不确定度为 10%。

$$u_{111} = \frac{0.15}{3} = 0.05kV$$

$$v_{111} = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

5.1.1.2 耐压台读数误差引起的不确定度分量

电压表的分度值为 0.2kV,一般可估读至分度值的 1/10,即 0.02kV,以等概率分布,在半宽 0.02kV 区间内,认为是已知量。

$$u_{112} = \frac{0.02}{\sqrt{3}} = 0.012kV$$

$$v_{112} \rightarrow \infty$$

5.1.1.3 试验机原理误差引起的不确定度分量

设定的耐压值为空载时设定,试验时接入样品实际输出耐压值降低。电压表不是直接读取样品两端电压,而是通过与样品耐压回路相同的变压器铁芯按比例耦合来显示数值的,样品的引入不会对电压示值影响。变压器的电压调整率在 5%之内,即 $1.25 \times 5\% = 0.0625kV$,正态分布,取 $k=3$,估计其相对不确定度为 50%。

$$u_{113} = \frac{0.0625}{3} = 0.021kV$$

$$v_{113} = (1/2)(50/100)^{-2} = 2$$

5.1.1.4 电源波动对试验机电压输出造成的误差引起的不确定度分量

稳压源的稳压精度为 $\pm 2\%$,造成耐压台输出变化的极限误差为 $\pm 1\%$,即 $1.25 \times 1\% = 0.0125kV$,服从均匀分布,估计其相对不确定度为 50%。

$$u_{114} = \frac{0.0125}{\sqrt{3}} = 0.007kV$$

$$v_{114} = (1/2)(50/100)^{-2} = 2$$

故试验电压不确定度为:

$$\Delta u_{11} = \sqrt{u_{111}^2 + u_{112}^2 + u_{113}^2 + u_{114}^2}$$

$$= \sqrt{0.05^2 + 0.012^2 + 0.021^2 + 0.007^2}$$

$$= 0.056 \text{ kV}$$

根据实验：试验电压不确定度引起的泄漏电流变化不超过 0.004 mA ，即

$$u_{11} = 0.004 \text{ mA}$$

$$v_{11} = \frac{0.056^4}{\frac{0.05^4}{50} + \frac{0.012^4}{\infty} + \frac{0.021^4}{2} + \frac{0.007^4}{2}} = 44$$

5.1.2 材料状况、环境条件不完善引起的不确定度分量

由于材料表面的灰尘和污垢对泄漏电流有影响，同时由于绝缘材料的吸水性耐潮性不同，不同的环境条件也会对结果产生影响，试验中，根据经验可知，这两项影响的极限误差不得超过 5%，均匀分布，估计相对不确定度 50%。

$$u_{12} = \frac{0.064 \times 5\%}{\sqrt{3}} = 0.0018 \text{ mA}$$

$$v_{12} = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

5.1.3 耐压时间波动引起的不确定度分量

试验机时间设置 $\pm 5\%$ 合格，一般试验中极限误差 3s 对测试结果影响很小，可忽略。

故试验电压下泄漏电流实际值的不确定度分量为：

$$u_1 = \sqrt{u_{11}^2 + u_{12}^2} = \sqrt{0.004^2 + 0.0018^2} = 0.0044 \text{ mA}$$

$$v_1 = \frac{u_1^4}{\frac{u_{11}^4}{v_{11}} + \frac{u_{12}^4}{v_{12}}} = \frac{0.0044^4}{\frac{0.004^4}{44} + \frac{0.0018^4}{50}} = 63$$

5.2 动作电流设置不确定度分量 u_2

动作电流表的分度值为 10 mA ，估读误差为 $1/10$ 分度值，即 1 mA ，电流表的示值误差为 $\pm 5\%$ ，两项合成为 $\sqrt{1^2 + 0.5^2} = 1.12 \text{ mA}$ ，该量在半宽为 1.12 mA 的区间内为等概率分布，且有较高的置信概率，相对不确定度为 10%。

$$u_2 = \frac{1.12}{\sqrt{3}} = 0.647 \text{ mA}$$

$$v_2 = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

6 合成标准不确定度

$$u_c^2 = u^2(I) + u^2(I_0) = 0.0044^2 + 0.647^2 = 0.419$$
$$u_c = 0.647 \text{ mA}$$

7 有效自由度的计算及包含因子的确定

$$v_{\text{eff}} = \frac{u_c^4}{\sum \frac{c_i^4 u_i^4}{v_i}} = \frac{0.647^4}{\frac{0.0044^4}{63} + \frac{0.647^4}{50}} = 50$$

$$k_p = t_p(v_{\text{eff}}) = t_{0.95}(50) = 2.01$$

8 扩展不确定度

$$U_p = k_p \cdot u_c = 2.01 \times 0.647 = 1.3 \text{ mA}$$

9 不确定度的最后报告

判断结果的扩展不确定度 $U_p = 1.3 \text{ mA}$

(U_p 由合成标准不确定度 $u_c = 0.647 \text{ mA}$, 按置信水准 $p=0.95$, 自由度 $v=50$ 所得 t 分布临界值——包含因子 $k_p = 2.01$ 而得。)

10 备注

通常情况下, 电气强度试验在现场只进行一次, 不进行重复试验。

附录 H 温升测量方法不确定度 1

1 测量方法

利用感温元件的热电特性,将感温元件埋在被测物体表面,把随温度变化的电阻值(或热电势)转换为与温度相对应的电压信号送入数字表显示出被测点的温度值。其中又分为热电阻法和热电偶法。SW 型数字测温仪采用热电阻法,图表记录仪采用热电偶法。

按标准要求将被测物品固定好,用绝热材料将测温端头覆盖在被测器具部位温升最高点处,使它们牢固地紧贴在被测点的表面。接通被测物电源使器具按规定工作,通过空调器减少冷却介质温度的变化。试验结束,读出温度最高值(图表记录仪可从曲线上得到)。

2 数学模型

SW 型数字测温仪和图表记录仪是直接读数,模型为

$$dT = T_2 - T_0$$

T_2 ——结束温度

T_0 ——结束时环境温度

3 方差和传播系数

测量结果为和的形式,传播系数均为 1,故

$$u_c^2 = u^2(T_2) + u^2(T_0)$$

4 标准不确定度一览表

表 4-1 标准不确定度一览表

标准不确定度分量 u_i	不确定度来源	标准不确定度值 $^\circ\text{C}$	$c_i = \partial f / \partial x_i$	$ c_i \times u(x_i)$	自由度
u_1	SW-3 型数字测温仪误差	0.194	1	0.194	50
u_2	图表记录仪误差	0.242	1	0.242	42
u_{21}	图表记录仪本身误差	0.194			
u_{22}	人员对图表取值误差	0.144			
u_3	结束时环境温度的误差	0.115	1	0.115	50

SW 型数字测温仪: $u_c = 0.226^\circ\text{C}$ $v_{\text{eff}} = 82$

图表记录仪: $u_c = 0.268^\circ\text{C}$ $v_{\text{eff}} = 72$

5 评定分量标准不确定度

根据本实验的实际情况,测量中没有进行重复测量,采用 B 类评定方法。

5.1 SW-3 型数字测温仪引起的不确定度分量 u_1

根据检定证书，SW-3 型数字测温仪最大偏差±0.5℃，正态分布，估计其相对不确定度为 10%。

$$u_1 = 0.5 / 2.58 = 0.194 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$v_1 = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

5.2 图表记录仪引起的不确定度分量 u_2

5.2.1 根据检定证书，图表记录仪最大偏差±0.5℃，置信水准 $p=0.99$ 正态分布，估计其相对不确定度为 10%。

$$u_{21} = 0.5 / 2.58 = 0.194 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$v_{21} = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

5.2.2 操作人员对图表取值时最大偏差估计为±0.25℃，均匀分布，估计其相对不确定度为 25%。

$$u_{22} = 0.25 / \sqrt{3} = 0.144 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$v_{22} = (1/2)(25/100)^{-2} = 8$$

故图表记录仪引起的不确定度分量为：

$$u_2 = \sqrt{u_{21}^2 + u_{22}^2} = \sqrt{0.194^2 + 0.144^2} = 0.242 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$v_2 = \frac{u_2^4}{\frac{u_{21}^4}{v_{21}} + \frac{u_{22}^4}{v_{22}}} = \frac{0.242^4}{\frac{0.194^4}{50} + \frac{0.144^4}{8}} = 42$$

5.3 水银温度计引起的不确定度分量 u_3

根据检定证书，0~50℃，0.1℃分度值的玻璃棒水银温度计最大偏差为±0.2℃，均匀分布，估计其相对不确定度为 10%。这里人眼读数误差较小，可忽略不计。

$$u_3 = 0.2 / \sqrt{3} = 0.115 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$v_3 = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

6 合成标准不确定度

根据 $u_c^2 = u^2(T_2) + u^2(T_0)$

SW 型数字测温仪：

$$u_c = \sqrt{u_1^2 + u_3^2} = \sqrt{0.194^2 + 0.115^2} = 0.226 \text{ } ^\circ\text{C}$$

图表记录仪:

$$u_c = \sqrt{u_2^2 + u_3^2} = \sqrt{0.242^2 + 0.115^2} = 0.268 \text{ } ^\circ\text{C}$$

7 有效自由度的计算及包含因子的确定

根据公式
$$v_{eff} = u_c^4 / \sum_{i=1}^n \frac{c_i^4 u_i^4}{v_i}$$

SW 型数字测温仪:

$$v_{eff} = \frac{u_c^4}{\frac{u_1^4}{v_1} + \frac{u_3^4}{v_3}} = \frac{0.226^4}{\frac{0.194^4}{50} + \frac{0.115^4}{50}} = 82$$

$$k_p = t_p(v_{eff}) = t_{0.95}(82) = 1.99$$

图表记录仪:

$$v_{eff} = \frac{u_c^4}{\frac{u_2^4}{v_2} + \frac{u_3^4}{v_3}} = \frac{0.268^4}{\frac{0.242^4}{42} + \frac{0.115^4}{50}} = 72$$

$$k_p = t_p(v_{eff}) = t_{0.95}(72) = 1.99$$

8 扩展不确定度

SW 型数字测温仪:

$$U_p = t_{0.95}(82) \times u_c = 1.99 \times 0.226 = 0.450 \text{ } ^\circ\text{C}$$

图表记录仪:

$$U_p = t_{0.95}(72) \times u_c = 1.99 \times 0.268 = 0.533 \text{ } ^\circ\text{C}$$

9 不确定度的最后报告

SW 型数字测温仪:

扩展不确定度 $U_p = 0.450 \text{ } ^\circ\text{C}$

(U_p 由合成标准不确定度 $u_c = 0.226$, 按置信水准 $p = 0.95$, 自由度 $\nu = 82$ 所得 t 分布临界值——包含因子 $k_p = 1.99$ 而得。)

图表记录仪:

扩展不确定度 $U_p = 0.533 \text{ } ^\circ\text{C}$

(U_p 由合成标准不确定度 $u_c = 0.268$, 按置信水准 $p = 0.95$, 自由度 $\nu = 72$ 所得 t 分布

临界值——包含因子 $k_p = 1.99$ 而得。)

10 备注

图表记录仪直接读数时，其不确定度分析与 SW 型数字测温仪相同。

附录 I 温升测量方法不确定度 2

1 测量方法

利用金属导体的电阻随温度变化的特性，通过测量温度变化前后导体的电阻值，再利用经验公式计算出导体的温升值。这种方法一般用于测量如绕组等温升具有不均匀性的产品，测量出它们的平均温升值。测量电阻的设备有直流单/双臂电桥、数字万用表和数字式绕组温升带电测量仪。

试验开始前，绕组在环境温度中放置一段时间，使绕组温度与环境温度一致，测量并记录此时的冷态电阻值和环境温度。冷却介质温度用几只温度计分布在空气进入被测物的途径中测量，取平均值。温升稳定后每隔半小时记录一次冷却介质温度，带电测量时绕组的电阻。被测物切离电源后，尽快测量和记录绕组电阻。依据公式计算绕组温升。

2 数学模型

电阻法测量温升依据的公式为

$$dT = \frac{R_2 - R_1}{R_1} \times (234.5 + t_1) - (t_2 - t_1)$$

R_2 ——试验结束时绕组电阻

R_1 ——试验开始时绕组电阻

t_2 ——试验结束时冷却空气温度

t_1 ——试验开始时绕组温度

实验数据

a QJ23 型单臂电桥

$$R_2 = 25.16 \Omega$$

$$R_1 = 19.75 \Omega$$

$$t_2 = 26.3 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$t_1 = 24.3 \text{ } ^\circ\text{C}$$

b QJ44 型双臂电桥

$$R_2 = 8.396 \Omega \quad (\text{内插法})$$

$$R_1 = 7.1 \Omega$$

$$t_2 = 26.2 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$t_1=24.6\text{ }^{\circ}\text{C}$$

c 数字万用表

$$R_2=442.6\ \Omega$$

$$R_1=343.4\ \Omega$$

$$t_2=18.3\text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$t_1=17.3\text{ }^{\circ}\text{C}$$

d STR—1 型数字式绕组温升带电测量仪

$$R_2=442.6\ \Omega$$

$$R_1=343.4\ \Omega$$

$$t_2=18.3\text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$t_1=17.3\text{ }^{\circ}\text{C}$$

3 方差和传播系数

根据公式 $u_c^2(y) = \sum [\partial f / \partial x_i]^2 u^2(x_i)$,

得: $u_c^2 = u_c^2(dT) = \sum_{i=1}^4 c_i^2 u_i^2$

式中: $c_1 = \partial dT / \partial R_2 = \frac{234.5 + t_1}{R_1}$;

$$c_2 = \partial dT / \partial R_1 = \frac{R_2(234.5 + t_1)}{-R_1^2};$$

$$c_3 = \partial dT / \partial t_1 = \frac{R_2}{R_1};$$

$$c_4 = \partial dT / \partial t_2 = 1;$$

u_1 、 u_2 …… u_4 分别代表 R_2 、 R_1 、 t_1 和 t_2 的不确定度。

4 标准不确定度一览表

a QJ23 型单臂电桥

表 4-1 标准不确定度一览表

标准不确定度分量 u_i	不确定度来源	标准不确定度值	$c_i = \partial f / \partial x_i$	$ c_i \times u(x_i)$	自由度
u_1	热态电阻的误差	0.030	13.1	0.393	50
u_2	冷态电阻的误差	0.024	16.7	0.401	50
u_3	开始时绕组温度的误差	0.163	1.27	0.0.208	50

u_4	结束时环境温度的误差	0.115	1	0.115	50
$u_c = 0.610\text{ }^\circ\text{C}$ $v_{eff} = 130$					

b QJ44 型双臂电桥

表 4-2 标准不确定度一览表

标准不确定度分量 u_i	不确定度来源	标准不确定度值	$c_i = \partial f / \partial x_i$	$ c_i \times u(x_i)$	自由度
u_1	热态电阻的误差	0.011	36.5	0.401	50
u_2	冷态电阻的误差	0.009	43.1	0.388	50
u_3	开始时绕组温度的误差	0.163	1.18	0.192	50
u_4	结束时环境温度的误差	0.115	1	0.115	50
$u_c = 0.601\text{ }^\circ\text{C}$ $v_{eff} = 127$					

c 数字万用表

表 4-3 标准不确定度一览表

标准不确定度分量 u_i	不确定度来源	标准不确定度值	$c_i = \partial f / \partial x_i$	$ c_i \times u(x_i)$	自由度
u_1	热态电阻的误差	0.125	0.74	0.092	50
u_2	冷态电阻的误差	0.102	0.94	0.096	50
u_3	开始时绕组温度的误差	0.163	1.28	0.210	50
u_4	结束时环境温度的误差	0.115	1	0.115	50
$u_c = 0.274\text{ }^\circ\text{C}$ $v_{eff} = 72$					

d STR—1 型数字式绕组温升带电测量仪

表 4-4 标准不确定度一览表

标准不确定度分量 u_i	不确定度来源	标准不确定度值	$c_i = \partial f / \partial x_i$	$ c_i \times u(x_i)$	自由度
u_1	热态电阻的误差	0.697	0.74	0.512	50
u_2	冷态电阻的误差	0.355	0.94	0.334	50
u_3	开始时绕组温度的误差	0.163	1.28	0.201	50
u_4	结束时环境温度的误差	0.115	1	0.115	50
$u_c = 0.657\text{ }^\circ\text{C}$ $v_{eff} = 110$					

5 评定分量标准不确定度

根据本实验的实际情况，采用 B 类评定方法。

5.1 热态电阻给出的不确定度分量 u_1

a QJ23 型单臂电桥

根据检定证书，QJ23 型单臂电桥在 $(0 \sim 99.99)\Omega$ 量程最大偏差为 $\pm (0.2\% \times$

25.16+0.002) = ±0.0523 Ω，均匀分布，估计相对不确定度为 10%。

$$u_1 = 0.0523 / \sqrt{3} = 0.030 \Omega$$

$$v_1 = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

b QJ44 型双臂电桥

根据检定证书，QJ44 型双臂电桥在(0 ~ 11) Ω 量程最大偏差为 ±0.2% × (1+8.396) = ±0.019 Ω，均匀分布，估计相对不确定度为 10%。

$$u_{11} = 0.019 / \sqrt{3} = 0.011 \Omega$$

$$v_{11} = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

使用外推法的最大偏差分析为 ±5dgt，正态分布，估计相对不确定度为 50%。

$$u_{12} = 0.005 / 2.58 = 0.002$$

$$v_{12} = 2$$

故

$$u_1 = \sqrt{u_{11}^2 + u_{12}^2} = 0.011 \Omega。$$

$$v_1 = 50$$

c 数字万用表

根据检定证书，在数字万用表(200 ~ 2k) Ω 量程最大偏差为 ±(0.04% × 442.6 + 0.04) = ±0.217 Ω，均匀分布，估计相对不确定度为 10%。

$$u_1 = 0.217 / \sqrt{3} = 0.125 \Omega$$

$$v_1 = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

d STR—1 型数字式绕组温升带电测量仪

根据检定证书，在 STR—1 型数字式绕组温升带电测量仪(200 ~ 2k) Ω 量程最大偏差为 ±(0.25% × 442.6 + 0.1) = ±1.207 Ω，均匀分布，估计相对不确定度 10%。

$$u_1 = 1.207 / \sqrt{3} = 0.697 \Omega$$

$$v_1 = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

5.2 冷态电阻给出的不确定度分量 u_2

a QJ23 型单臂电桥

根据检定证书，QJ23 型单臂电桥在(0 ~ 99.99) Ω 量程最大偏差为 ±(0.2% × 19.75 + 0.002) = ±0.0415 Ω，均匀分布，估计相对不确定度为 10%。

$$u_2 = 0.415 / \sqrt{3} = 0.024 \Omega$$

$$v_2 = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

b QJ44 型双臂电桥

根据检定证书，QJ44 型双臂电桥在(0 ~ 11) Ω 量程最大偏差为 $\pm 0.2\% \times (1+7.1) = \pm 0.016 \Omega$ ，均匀分布，估计相对不确定度为 10%。

$$u_2 = 0.016/\sqrt{3} = 0.009 \Omega$$

$$v_2 = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

c 数字万用表

根据检定证书，在数字万用表(200 ~ 2k) Ω 量程最大偏差为 $\pm (0.04\% \times 343.4 + 0.04) = \pm 0.177 \Omega$ ，均匀分布，估计相对不确定度为 10%。

$$u_2 = 0.177/\sqrt{3} = 0.102 \Omega$$

$$v_2 = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

d STR—1 型数字式绕组温升带电测量仪

根据检定证书，在 STR—1 型数字式绕组温升带电测量仪(200 ~ 2k) Ω 量程最大偏差为 $\pm (0.15\% \times 343.4 + 0.1) = \pm 0.615 \Omega$ ，均匀分布，估计相对不确定度为 10%。

$$u_2 = 0.615/\sqrt{3} = 0.355 \Omega$$

$$v_2 = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

5.3 试验开始时绕组温度给出的不确定度 u_3

5.3.1 根据检定证书，0~50 $^{\circ}\text{C}$ ，0.1 $^{\circ}\text{C}$ 分度值的玻璃棒水银温度计最大偏差为 $\pm 0.2 ^{\circ}\text{C}$ ，均匀分布，估计其相对不确定度为 10%。

$$u_{31} = 0.2/\sqrt{3} = 0.115 ^{\circ}\text{C}$$

$$v_{31} = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

5.3.2 由于初始环境温度与绕组存在温度差，计算时假定绕组的初始温度与环境温度是相等的，实际可能不一致，最大偏差估计为 $\pm 0.3 ^{\circ}\text{C}$ ，接近正态分布，估计其相对不确定度为 25%。

$$u_{32} = 0.3/2.58 = 0.116 ^{\circ}\text{C}$$

$$v_{32} = (1/2)(25/100)^{-2} = 8$$

故 $u_3 = \sqrt{u_{31}^2 + u_{32}^2} = \sqrt{0.115^2 + 0.116^2} = 0.163 ^{\circ}\text{C}$

$$v_3 = \frac{u_3^4}{\frac{u_{31}^4}{v_{31}} + \frac{u_{32}^4}{v_{32}}} = \frac{0.163^4}{\frac{0.115^4}{50} + \frac{0.116^4}{8}} = 27$$

5.4 试验结束时冷却空气温度给出的不确定度

根据检定证书, 0~50 ℃, 0.1 ℃分度值的玻璃棒水银温度计最大偏差为±0.2 ℃, 均匀分布, 估计其相对不确定度为 10%。人眼的读数误差较小, 可忽略不计。

$$u_4 = 0.2 / \sqrt{3} = 0.115 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$v_4 = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

6 合成标准不确定度

根据公式 $u_c^2 = u_c^2(dT) = \sum_{i=1}^4 c_i^2 u_i^2$

a QJ23 型单臂电桥

$$\begin{aligned} u_c^2 &= \left[\frac{234.5 + t_1}{R1} \right]^2 u_1^2 + \left[\frac{R2(234.5 + t_1)}{-R1^2} \right]^2 u_2^2 + \left[\frac{R2}{R1} \right]^2 u_3^2 + u_4^2 \\ &= 0.393^2 + 0.401^2 + 0.208^2 + 0.115^2 \\ &= 0.372 \\ u_c &= 0.610 \text{ } ^\circ\text{C} \end{aligned}$$

b QJ44 型双臂电桥

$$\begin{aligned} u_c^2 &= \left[\frac{234.5 + t_1}{R1} \right]^2 u_1^2 + \left[\frac{R2(234.5 + t_1)}{-R1^2} \right]^2 u_2^2 + \left[\frac{R2}{R1} \right]^2 u_3^2 + u_4^2 \\ &= 0.401^2 + 0.388^2 + 0.192^2 + 0.115^2 \\ &= 0.362 \\ u_c &= 0.601 \text{ } ^\circ\text{C} \end{aligned}$$

c 数字万用表

$$\begin{aligned} u_c^2 &= \left[\frac{234.5 + t_1}{R1} \right]^2 u_1^2 + \left[\frac{R2(234.5 + t_1)}{-R1^2} \right]^2 u_2^2 + \left[\frac{R2}{R1} \right]^2 u_3^2 + u_4^2 \\ &= 0.092^2 + 0.096^2 + 0.210^2 + 0.115^2 \\ &= 0.075 \\ u_c &= 0.274 \text{ } ^\circ\text{C} \end{aligned}$$

d STR—1 型数字式绕组温升带电测量仪

$$\begin{aligned}
 u_c^2 &= \left[\frac{234.5+t_1}{R1} \right]^2 u_1^2 + \left[\frac{R2(234.5+t_1)}{-R1^2} \right]^2 u_2^2 + \left[\frac{R2}{R1} \right]^2 u_3^2 + u_4^2 \\
 &= 0.512^2 + 0.334^2 + 0.210^2 + 0.115^2 \\
 &= 0.431 \\
 u_c &= 0.657 \text{ } ^\circ\text{C}
 \end{aligned}$$

7 有效自由度的计算及包含因子的确定

根据公式 $v_{eff} = u_c^4 / \sum_{i=1}^n \frac{c_i^4 u_i^4}{v_i}$

a QJ23 型单臂电桥

$$\begin{aligned}
 v_{eff} &= \frac{u_c^4}{\frac{c_1^4 u_1^4}{v_1} + \frac{c_2^4 u_2^4}{v_2} + \frac{c_3^4 u_3^4}{v_3} + \frac{c_4^4 u_4^4}{v_4}} \\
 &= \frac{0.610^4}{\frac{0.393^4}{50} + \frac{0.401^4}{50} + \frac{0.208^4}{27} + \frac{0.115^4}{50}} \\
 &= 130 \\
 k_p &= t_p(v_{eff}) = t_{0.95}(130) = 1.98
 \end{aligned}$$

b QJ44 型双臂电桥

$$\begin{aligned}
 v_{eff} &= \frac{u_c^4}{\frac{c_1^4 u_1^4}{v_1} + \frac{c_2^4 u_2^4}{v_2} + \frac{c_3^4 u_3^4}{v_3} + \frac{c_4^4 u_4^4}{v_4}} \\
 &= \frac{0.601^4}{\frac{0.401^4}{50} + \frac{0.388^4}{50} + \frac{0.192^4}{27} + \frac{0.115^4}{50}} \\
 &= 127 \\
 k_p &= t_p(v_{eff}) = t_{0.95}(127) = 1.98
 \end{aligned}$$

c 数字万用表

$$v_{eff} = \frac{u_c^4}{\frac{c_1^4 u_1^4}{v_1} + \frac{c_2^4 u_2^4}{v_2} + \frac{c_3^4 u_3^4}{v_3} + \frac{c_4^4 u_4^4}{v_4}}$$

$$= \frac{0.274^4}{\frac{0.092^4}{50} + \frac{0.096^4}{50} + \frac{0.210^4}{27} + \frac{0.115^4}{50}}$$

$$= 72$$

$$k_p = t_p(v_{eff}) = t_{0.95}(72) = 1.99$$

d STR—1 型数字式绕组温升带电测量仪

$$v_{eff} = \frac{u_c^4}{\frac{c_1^4 u_1^4}{v_1} + \frac{c_2^4 u_2^4}{v_2} + \frac{c_3^4 u_3^4}{v_3} + \frac{c_4^4 u_4^4}{v_4}}$$

$$= \frac{0.657^4}{\frac{0.512^4}{50} + \frac{0.334^4}{50} + \frac{0.210^4}{27} + \frac{0.115^4}{50}}$$

$$= 110$$

$$k_p = t_p(v_{eff}) = t_{0.95}(110) = 1.98$$

8 扩展不确定度

a QJ23 型单臂电桥

$$U_p = t_{0.95}(130) \times u_c = 1.98 \times 0.610 = 1.21 \text{ } ^\circ\text{C}$$

b QJ44 型双臂电桥

$$U_p = t_{0.95}(127) \times u_c = 1.98 \times 0.601 = 0.92 \text{ } ^\circ\text{C}$$

c 数字万用表

$$U_p t_{0.95}(72) \times u_c = 1.99 \times 0.274 = 0.54 \text{ } ^\circ\text{C}$$

d STR—1 型数字式绕组温升带电测量仪

$$U_p = t_{0.95}(110) \times u_c = 1.98 \times 0.657 = 1.30 \text{ } ^\circ\text{C}$$

9 不确定度的最后报告

a QJ23 型单臂电桥

$$\text{扩展不确定度 } U_p = 1.21 \text{ } ^\circ\text{C}$$

(U_p 由合成标准不确定度 $u_c = 0.610$, 按置信水准 $p = 0.95$, 自由度 $\nu = 130$ 所得 t 分布临界值——包含因子 $k_p = 1.98$ 而得。)

b QJ44 型双臂电桥

$$\text{扩展不确定度 } U_p = 0.92 \text{ } ^\circ\text{C}$$

(U_p 由合成标准不确定度 $u_c=0.601$ ，按置信水准 $p=0.95$ ，自由度 $\nu=127$ 所得 t 分布临界值——包含因子 $k_p=1.98$ 而得。)

c 数字万用表

扩展不确定度 $U_p=0.54\text{ }^{\circ}\text{C}$

(U_p 由合成标准不确定度 $u_c=0.274$ ，按置信水准 $p=0.95$ ，自由度 $\nu=72$ 所得 t 分布临界值——包含因子 $k_p=1.99$ 而得。)

d STR—1 型数字式绕组温升带电测量仪

扩展不确定度 $U_p=1.30\text{ }^{\circ}\text{C}$

(U_p 由合成标准不确定度 $u_c=0.657$ ，按置信水准 $p=0.95$ ，自由度 $\nu=110$ 所得 t 分布临界值——包含因子 $k_p=1.98$ 而得。)

10 备注

断电后测量以 15 秒内测得值作为热阻，应加上修正值，可用内插法的结果作为修正后的值。

附录 J 耐漏电起痕试验不确定度

1 测量方法

根据 GB4027-84 标准，使用如图所示测量装置，将两电极保持距离为 $4.0 \pm 0.1 \text{ mm}$ ，水平置于绝缘材料样品上，电解液 NH_4Cl 溶液（电阻率在 $23 \pm 1 \text{ }^\circ\text{C}$ 时为 $395 \pm 5 \Omega \cdot \text{cm}$ ）以 $30 \pm 5 \text{ s}$ 的时间间隔从 $30 \sim 40 \text{ mm}$ 的高处滴到两电极之间，两电极间施加的电压为 $0 \sim 60 \text{ V}$ ，样品上任意 5 点都能承受 50 滴溶液的某一电压值（本次试验中设定为 175 V ）而不发生破坏，则其耐漏电起痕指数为 PTI175。

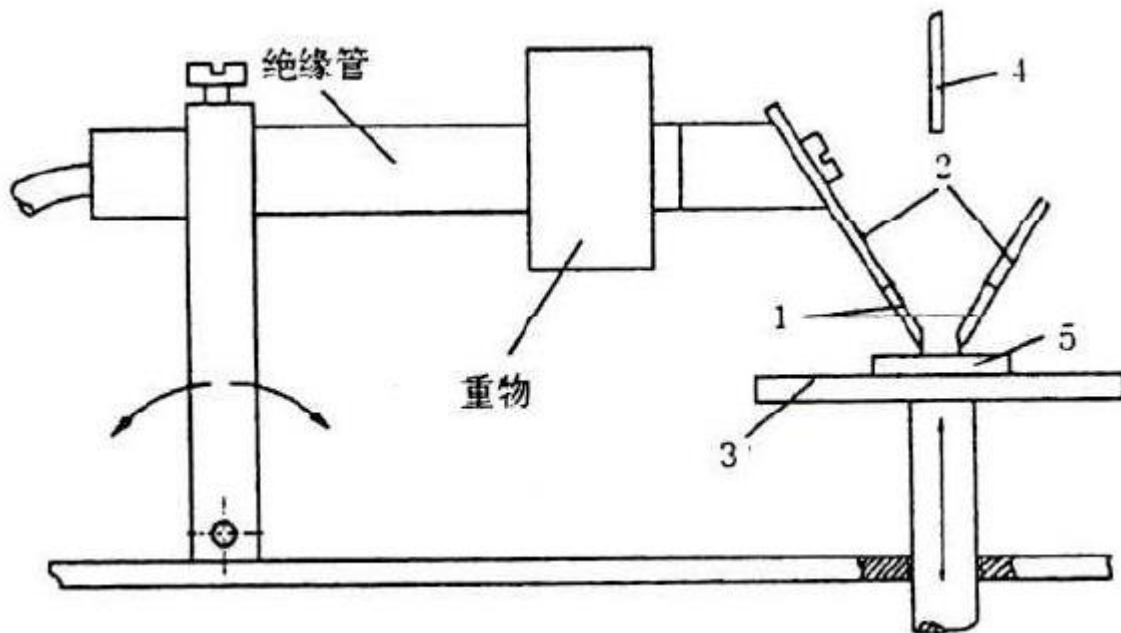


图 14 耐漏电起痕试验装置

2 数学模型

$$I = I_m$$

式中 I ——最大试验电流实际值，A

I_m ——最大试验电流仪表指示值，A

当 $I < 0.5 \text{ A}$ 时，则证明样品 PTI175 合格，反之，则为 PTI175 不合格。

3 方差与传播系数

$$u_c^2(y) = \sum \left[\frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 u^2(x_i)$$

$$u_c^2 = u^2(I_m)$$

4 标准不确定度一览表

表 4-1 标准不确定度一览表

标准不确定度分量 u_i	不确定度来源	标准不确定度值	$c_i = \partial f / \partial x_i$	$ c_i \times u(x_i)$	自由度
$u(I_m)$	最大试验电流不确定度	0.021	1	0.021	4
u_1	电解液溶液电阻率变化	0.012			2
u_2	试验电压误差	0.017			2
u_3	仪器电流表示值误差	0.001			50

$u_c = 0.021A$
 $v_{eff} = 4$

5 评定分量标准不确定度

根据本实验的实际情况，采用 B 类评定方法

5.1 电解液 NH_4Cl 溶液电阻率变化引起的不确定度分量 u_1

电解液 NH_4Cl 溶液的电阻率在 $(23 \pm 1)^\circ C$ 时为 $(395 \pm 5)\Omega \cdot cm$ ，通过实验可知，当电阻率变动范围为 $\pm 5\Omega \cdot cm$ 时，引起的最大试验电流变化为 $\pm 0.02A$ ，认为服从均匀分布，估计其相对不确定度 50%。

$$u_1 = 0.02 / \sqrt{3} = 0.012A$$

$$v_1 = (1/2)(50/100)^{-2} = 2$$

5.2 试验电压误差引起的不确定度分量 u_2

试验中电压设定值为 175V，由检定证书可知漏电起痕试验仪的电压表精度为 1.5 级，故试验电压的极限偏差为 $\pm 175 V \times 1.5\% = \pm 2.625V$ ，引起试验电流变化值为 $\pm 0.03A$ ，认为服从均匀分布，估计其相对不确定度为 50%。

$$u_2 = 0.03 / \sqrt{3} = 0.017A$$

$$v_2 = (1/2)(50/100)^{-2} = 2$$

5.3 漏电起痕的电流表示值误差引起不确定度分量 u_3

电流表为 1.5 级合格,引起的示值误差 $\pm 0.002A$,取 $k = 3$,估计其相对不确定度 10%。

$$u_3 = 0.002/3 = 0.001A$$

$$v_3 = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

5.4 液滴大小引起的不确定度分量 u_4

标准规定,试验溶液液滴大小为 $(20 \pm 3)mm^3$,即 $1cm^3$ 溶液滴出的液滴应在 44~50 滴之间,试验中可以保持在 48~50 滴之间,因此,液滴大小对试验电流影响可以忽略。

6 合成标准不确定度

$$u_c = u(I_m) = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} = \sqrt{0.012^2 + 0.017^2 + 0.001^2} = 0.021A$$

7 有效自由度的计算及包含因子的确定

$$v_{eff} = \frac{u_c^4}{\sum \frac{c_i^4 u_i^4}{v_i}} = \frac{0.021^4}{\frac{0.012^4}{50} + \frac{0.017^4}{2} + \frac{0.001^4}{50}} = 4$$

$$k_p = t_p(v_{eff}) = t_{0.95}(4) = 2.78$$

8 扩展不确定度

$$U_p = k_p \cdot u_c = 2.78 \times 0.021 = 0.06A$$

9 不确定度的最后报告

扩展不确定度 $U_p = 0.06A$

(U_p 由合成标准不确定度 $u_c = 0.021$,按置信水准 $p=0.95$,自由度 $v=4$ 所得 t 分布临界值——包含因子 $k_p = 2.78$ 而得。)

附录 K 螺钉测量方法不确定度

1 测量方法

螺钉的测量（包括直径和长度）采用直接的、绝对的、接触式的静态测量方法。也就是说螺钉的测量（包括直径和长度）是用游标卡或千分卡与零件被测表面直接接触。在测量过程中，被测螺钉与游标卡或千分卡的测量头处于相对静止的状态，且有一定程度的机械力存在。螺钉头厚度的测量，也是用游标卡（千分卡）直接测量螺钉的长度及螺钉杆长度，然后求两者的长度的差值。

2 数学模型

我们以对螺钉的直径测量为例分析。

$$D = d$$

D——螺钉的实际直径，mm

d——测量读数，mm

3 方差与传播系数

$$\text{根据公式 } u_c^2(D) = \left(\frac{\partial f}{\partial d}\right)^2 u^2(d) = c^2(d) u^2(d),$$

$$\text{其中 } c(d) = \left(\frac{\partial f}{\partial d}\right) = 1,$$

$$\text{故 } u_c^2 = u^2(d)$$

4 标准不确定度一览表

表 4-1 标准不确定度一览表

标准不确定度分量 u_i	不确定度来源	标准不确定度值 mm	$c_i = \partial f / \partial x_i$	$ c_i \times u(x_i)$	自由度
u_1	读数重复性误差	0.0053	1	0.0053	8
u_2	卡尺示值误差	0.0033	1	0.0033	∞
u_3	卡尺对线误差	0.0041	1	0.0041	8
u_4	测力误差	0.002	1	0.002	∞
$u_c = 0.008mm$		$v_{eff} = 27$			

5 标准不确定度的 A 类评定

实验中，对被测螺钉的直径进行了 10 次重复测量，在剔除了一个含有粗大误差的值后，算得 $\bar{d} = 3.417mm$ ，且根据白塞尔公式，得到

$$\sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = 0.0158mm$$

$$u_1 = \frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}} = \frac{0.0158}{\sqrt{9}} = 0.0053mm = 5.3\mu m$$

$$v_1 = n-1 = 9-1 = 8$$

6 标准不确定度的 B 类评定

6.1 游标卡尺的示值不确定度分量 u_2

根据检定证书，分度值为 $0.02mm$ 的游标卡尺的示值总不确定度为 $0.01mm$ ，置信概率为 99.7%，接近正态分布，取 $k=3$ ，可认为是确切已知量。

$$u_2 = \frac{0.01}{3} = 0.0033mm = 3.3\mu m$$

$$v_2 \rightarrow \infty$$

6.2 游标卡尺的读数对线误差估算的不确定度分量 u_3

对于 $0.02mm$ 分度值的卡尺，对线误差为 $\pm 0.01mm$ ，估计其相对不确定度为 25%，该对线误差为三角分布，故有：

$$u_3 = \frac{0.01}{\sqrt{6}} = 0.0041mm = 4.1\mu m$$

$$v_3 = (1/2)(1/4)^{-2} = 8$$

6.3 游标卡尺和螺钉的热膨胀系数差引起的不确定度分量 u_4

游标卡尺和螺钉的热膨胀系数差极限为 $\pm 2 \times 10^{-6} C^{-1}$ ，测量中室温保持在 $20 \pm 5^\circ C$ ，假定卡尺和螺钉的温度相同，则它们对参考温度的最大偏差为 $\pm 5^\circ C$ ，故在 $d = 3.417mm$ 示值时引起的偏差为：

$$\Delta d = \Delta t \cdot \delta_\alpha \cdot d$$

$$= 2 \times 10^{-6} \times 5 \times 3.417$$

$$= 34.17 \times 10^{-6} mm = 0.00003mm$$

影响太小可忽略。

6.4 测力引起的不确定度 u_4

在测量过程中，卡尺的测量头与螺钉的被测表面之间有一定测力存在，引起的极限偏差不得超过 $0.002mm$ ，即

$$u_4 = 0.002\text{mm} = 2\mu\text{m}$$

$$\nu \rightarrow \infty$$

7 合成标准不确定度

$$\begin{aligned} u_c = u(d) &= \sqrt{5.3^2 + 3.3^2 + 4.1^2 + 2^2} \\ &= 7.7\mu\text{m} \end{aligned}$$

8 有效自由度的计算及包含因子的确定

$$\nu_{\text{eff}} = \frac{u_c^4}{\sum \frac{c_i^4 u_i^4}{\nu_i}} = \frac{7.7^4}{\frac{5.3^4}{8} + \frac{3.3^4}{\infty} + \frac{4.1^4}{8} + \frac{2^4}{\infty}} = 27$$

$$k_p = t_p(\nu_{\text{eff}}) = t_{0.95}(27) = 2.05$$

9 扩展不确定度

$$U_p = k_p \cdot u_c = 2.05 \times 7.7 = 15.8\mu\text{m} = 0.016\text{mm}$$

10 不确定度的最后报告

判断结果的扩展不确定度 $U_p = 0.016\text{mm}$

(U_p 由合成标准不确定度 $u_c = 0.008\text{ mm}$ ，按置信水准 $p=0.95$ ，自由度 $\nu=27$ 所得 t 分布临界值——包含因子 $k_p = 2.05$ 而得。)

附录 L 螺钉力矩试验不确定度

1 试验方法

用游标卡尺测量螺钉的直径，根据直径大小按规定选取对应的力矩。根据被测螺钉头形状选择合适的螺丝批头。根据被啮合的材料选择拧紧拧松的次数（5 次或 10 次）。设螺钉能承受最大扭力矩 W_r ，扭矩螺丝刀扭矩为 W_0 ，如果经过选定次数的拧紧拧松后，螺钉头、螺纹没有损坏，则合格。

2 数学模型

$$W_r \geq W$$

W ——螺钉实际受到力矩

3 方差和传播系数

$$u_c^2 = u^2(W) \quad \text{即} \quad u_c = u(W)$$

本不确定度以日产 12RTD-N 型扭矩螺丝刀为例。

4 标准不确定度一览表

表 4-1 标准不确定度一览表

标准不确定度分量 u_i	不确定度来源	标准不确定度值	$c_i = \partial f / \partial x_i$	$ c_i \times u(x_i)$	自由度
u_1	扭矩螺丝刀的误差	1.99%	1	1.99%	50
u_2	螺丝刀倾斜引起的误差	0.11%	1	0.11%	8

$$u_c = 1.99\% \quad \nu_{eff} = 50$$

5 评定分量标准不确定度

根据试验实际情况，采用 B 类评定方法。

5.1 由扭矩螺丝刀给出的不确定度分量 u_1

根据检定证书，置信水准 95%，扩展不确定度 4.0%。该值可靠性较高，估计其相对不确定度为 10%，查 t 分布表得覆盖因子为 2.01。

$$u_1 = \frac{4.0\%}{2.01} = 1.99\%$$

$$\nu_1 = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

5.2 螺丝刀倾斜引起的不确定度分量 u_2

由于使用时，螺丝刀不可能完全垂直于螺钉头，估计最大偏差为 5° ，则扭矩最大偏差为 0.38%，近似均匀分布，估计相对不确定度为 25%。

$$u_2 = 0.38\% / 2\sqrt{3} = 0.11\%$$

$$v_2 = (1/2)(25/100)^{-2} = 8$$

6 合成标准不确定度

$$u_c = \sqrt{u_1^2 + u_2^2} = \sqrt{1.99^2 + 0.11^2} \% = 1.99\%$$

7 有效自由度的计算及包含因子的确定

根据公式
$$v_{eff} = u_c^4 / \sum_{i=1}^n \frac{c_i^4 u_i^4}{v_i}$$

$$v_{eff} = \frac{u_c^4}{\frac{u_1^4}{v_1} + \frac{u_2^4}{v_2}} = \frac{1.56^4}{\frac{1.99^4}{50} + \frac{0.11^4}{8}} = 50$$

$$k_p = t_p(v_{eff}) = t_{0.95}(50) = 2.01$$

8 扩展不确定度

$$U_p = t_p \times u_c = t_{0.95}(50) \times u_c = 2.01 \times 1.99\% = 4.00\%$$

9 不确定度的最后报告

扩展不确定度 $U_p = 4.00\%$

(U_p 由合成标准不确定度 $u_c = 1.99\%$ ，按置信水准 $p=0.95$ ，自由度 $v=50$ 所得 t 分布临界值——包含因子 $k_p = 2.01$ 而得。)

10 备注

从以上分析中可以看出，对于扭矩螺丝刀倾斜给出的不确定度，它对合成不确定度贡献很小，取有效位数以后，它对结果没有影响，可在计算前将它忽略。轴向压力、环境对试验影响较小，也可忽略不计。

附录 M 爬电距离与电气间隙测量方法不确定度

1 测量方法

根据测量中的不同情况可以分为以下几种：

- 1) 单独用游标卡尺测量一次即为所需数值；
- 2) 由于路径为折线，需用游标卡尺测量几个数值，然后相加即为所需的数值；
- 3) 如果不使用游标卡尺测量，则用测试卡（棒），检查它是否可以通过该缝隙，如果通过则认为测量结果为大于所使用的测试卡（棒）的尺寸；
- 4) 如果测量中遇到缝隙、沟槽或拐角，按标准中的图示测量；
- 5) 测量时要根据样本的额定电压从标准中选出限值和测得值进行比较，来判断是否合格，在选取限值时，有两种情况：
 - a 根据电压划分范围，选取 c_r 和 c_l 的限值；
 - b 产品电压与标准所给电压一致，采用标准值，如果产品电压没有在所给出电压值中，则根据内插法计算该产品的 c_r 和 c_l 的限值；

2 数学模型

根据不同测量方法测量结果为：

$$\begin{array}{ll} c_r = x_0 & c_l = x_0 \\ c_r = x_1 + x_2 + \cdots + x_n & c_l > x_0 \\ c_r > x_0 & \end{array}$$

x_0 为单次测量的结果， x_1, x_2, \cdots, x_n 为每个分段测量的数值。

3 方差和传播系数

- 1) 游标卡尺测量一次即为所需数值

$$u_c = u(x_0)$$

- 2) 测量结果为几个值相加，传播系数均为 1

$$u_c = \sqrt{\sum_{i=1}^n u^2(x_i)}$$

- 3) 测试卡（棒）通过

$$u_c = u(x_0)$$

4 标准不确定度一览表

表 4-1 标准不确定度一览表

标准不确定度分量 u_i	不确定度来源	标准不确定度值 (mm)	$c_i = \partial f / \partial x_i$	$ c_i \times u(x_i)$	自由度
u_1	游标卡尺引起的误差	0.01225	1	0.01225	58
u_{11}	卡尺本身的误差	0.01155			
u_{12}	读数误差	0.00408			
u_2	测试卡的误差	0.01155	1	0.01155	50
u_3	测试棒的误差	0.01155	1	0.01155	50
u_4	确定短接点的误差	0.05774	1	0.05774	8

1) 游标卡尺测量一次即为所需数值

$$u_c = 0.01225 \text{ mm} \quad v_{\text{eff}} = 58$$

2) 测量结果为几个值相加 (以 GB 4706.1-92 图 E9a 的爬电距离为例)

$$u_c = 0.06133 \text{ mm} \quad v_{\text{eff}} = 10$$

3) 测试卡 (棒) 通过

$$u_c = 0.01155 \text{ mm} \quad v_{\text{eff}} = 50$$

5 评定分量标准不确定度

实际测量中通常只测量一次, 采用 B 类评定方法。

5.1 由游标卡尺给出的不确定度分量 u_{11}

根据检定证书, 0.02mm 分度值的游标卡尺, 最大偏差为 $\pm 0.02 \text{ mm}$, 均匀分布, 估计相对不确定度为 10%。

$$u_{11} = 0.02 / \sqrt{3} = 0.01155 \text{ mm},$$

$$v_{11} = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

5.2 卡尺读数的对线误差估算的不确定度分量 u_{12}

0.02mm 分度值的游标卡尺, 估计对线误差为 $\pm 0.01 \text{ mm}$, 三角分布, 估计其相对不确定度为 25%。

$$u_{12} = 0.01 / \sqrt{6} = 0.00408 \text{ mm},$$

$$v_{12} = (1/2)(25/100)^{-2} = 8$$

5.3 由测试卡给出的不确定度分量 u_2

根据检定证书测试卡的最大偏差为±0.02 mm，均匀分布，相对不确定度为 10%。

$$u_2 = 0.02/\sqrt{3} = 0.01155\text{mm},$$

$$v_2 = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

5.4 根据检定证书由测试棒给出的不确定度分量

测试棒的最大偏差为±0.02 mm，均匀分布，相对不确定度为 10%。

$$u_3 = 0.02/\sqrt{3} = 0.01155\text{mm},$$

$$v_3 = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

5.5 所考虑的路径包括凹槽与螺钉，当螺钉头与凹槽壁之间的空隙太窄，确定短接点带来的不确定度分量，最大偏差估计为±0.1mm，均匀分布，相对不确定度为 25%。

$$u_4 = 0.1/\sqrt{3} = 0.05774\text{mm},$$

$$v_4 = (1/2)(25/100)^{-2} = 8$$

6 合成标准不确定度

1) 游标卡尺测量一次即为所需数值

$$\begin{aligned} u_c &= u(x_0) \\ &= \sqrt{u_{11}^2 + u_{12}^2} = \sqrt{0.01155^2 + 0.00408^2} = 0.01225\text{mm} \end{aligned}$$

2) 测量结果为几个值相加（以图 15 为例）

$$\begin{aligned} u_c &= \sqrt{\sum_{i=1}^n u^2(x_i)} \\ &= \sqrt{u^2(x_1) + u^2(x_2) + u^2(x_3)} \\ &= \sqrt{(u_{11}^2 + u_{12}^2) + (u_{11}^2 + u_{12}^2 + u_4^2) + (u_2^2)} \\ &= \sqrt{\left(0.01155^2 + 0.00408^2\right) +} \\ &= \sqrt{\left(0.01155^2 + 0.00408^2 + 0.05774^2\right) + 0.01155^2} \\ &= 0.06133\text{mm} \end{aligned}$$

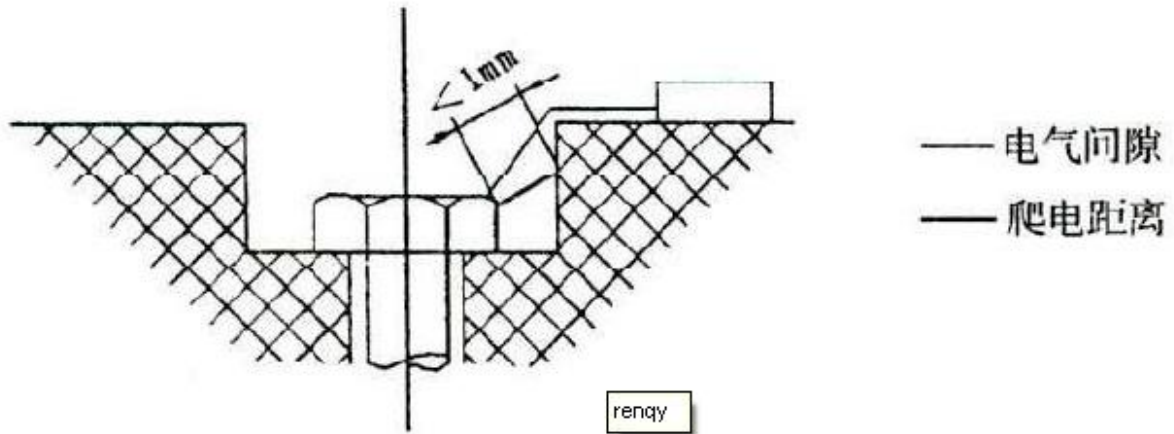


图 15 爬电距离为几段相加

3) 测试卡（棒）通过

$$u_c = u(x_0) = u_2 = 0.01155 \text{ mm}$$

或

$$u_c = u(x_0) = u_3 = 0.01155 \text{ mm}$$

7 有效自由度的计算及包含因子的确定

根据公式
$$v_{eff} = u_c^4 / \sum_{i=1}^n \frac{c_i^4 u_i^4}{v_i}$$

1) 游标卡尺测量一次即为所需数值

$$v_{eff} = \frac{u_c^4}{\frac{u_{11}^4}{v_{11}} + \frac{u_{12}^4}{v_{12}}} = \frac{0.01225^4}{\frac{0.01155^4}{50} + \frac{0.00408^4}{8}} = 58$$

$$k_p = t_p(v_{eff}) = t_{0.95}(58) = 2.00$$

2) 测量结果为几个值相加

$$v_{eff} = \frac{u_c^4}{\frac{u_{11}^4}{v_{11}} + \frac{u_{12}^4}{v_{12}} + \frac{u_{11}^4}{v_{11}} + \frac{u_{12}^4}{v_{12}} + \frac{u_4^4}{v_4} + \frac{u_2^4}{v_2}}$$

$$= \frac{0.06133^4}{\frac{0.01155^4}{50} + \frac{0.00408^4}{8} + \frac{0.01155^4}{50} + \frac{0.00408^4}{8} + \frac{0.05774^4}{8} + \frac{0.01155^4}{50}}$$

$$=10$$

$$k_p = t_p(v_{eff}) = t_{0.95}(10) = 2.23$$

3) 测试卡（棒）通过

$$v_{eff} = v_2 = 50$$

$$k_p = t_p(v_{eff}) = t_{0.95}(50) = 2.01$$

8 扩展不确定度

1) 游标卡尺测量一次即为所需数值

$$U_p = t_{0.95}(58) \times u_c = 2.00 \times 0.01225 = 0.02450 \text{ mm}$$

2) 测量结果为几个值相加

$$U_p = t_{0.95}(10) \times u_c = 2.23 \times 0.06133 = 0.13677 \text{ mm}$$

3) 测试卡（棒）通过

$$U_p = t_{0.95}(50) \times u_c = 2.01 \times 0.01155 = 0.02322 \text{ mm}$$

9 不确定度的最后报告

1) 游标卡尺测量一次即为所需数值

$$\text{扩展不确定度 } U_p = 0.02450 \text{ mm}$$

（ U_p 由合成标准不确定度 $u_c = 0.01225 \text{ mm}$ ，按置信水准 $p=0.95$ ，自由度 $\nu=58$ 所得 t 分布临界值——包含因子 $k_p=2.00$ 而得。）

2) 测量结果为几个值相加（以 GB 4706.1-92 图 E9a 的爬电距离为例）

$$\text{扩展不确定度 } U_p = 0.13677 \text{ mm}$$

（ U_p 由合成标准不确定度 $u_c = 0.06133 \text{ mm}$ ，按置信水准 $p=0.95$ ，自由度 $\nu=10$ 所得 t 分布临界值——包含因子 $k_p=2.23$ 而得。）

3) 测试卡（棒）通过

$$\text{扩展不确定度 } U_p = 0.02322 \text{ mm}$$

（ U_p 由合成标准不确定度 $u_c = 0.01155 \text{ mm}$ ，按置信水准 $p=0.95$ ，自由度 $\nu=50$ 所得 t 分布临界值——包含因子 $k_p=2.01$ 而得。）

10 备注

10.1 测量中遇到弦长代替弧长时，应视为系统误差加以修正。

10.2 遇到沟槽、拐角时，对其大小的判断本身存在不确定度，以上不确定度是在判断正确的基础上进行的。

10.3 根据内插法计算 c_r 和 c_l 的限值时，存在不确定度，不记入 c_r 和 c_l 测量的不确定中。

附录 N 耐热（球压）试验不确定度

1 测试方法

将样品置于温度 15~35 ℃，相对湿度 45%~75%的环境中 24 小时。将烘箱电源打开，设置试验温度，烘箱温度达到试验温度后稳定 30 分钟。将已处理好的样品快速放入烘箱，并将球压仪施加在样品上，如图所示，记录时间。一小时后，打开烘箱取下球压仪，快速将样品浸入冷水使样品在 10 秒内冷却到近似室温，立即测量样品的压痕直径。

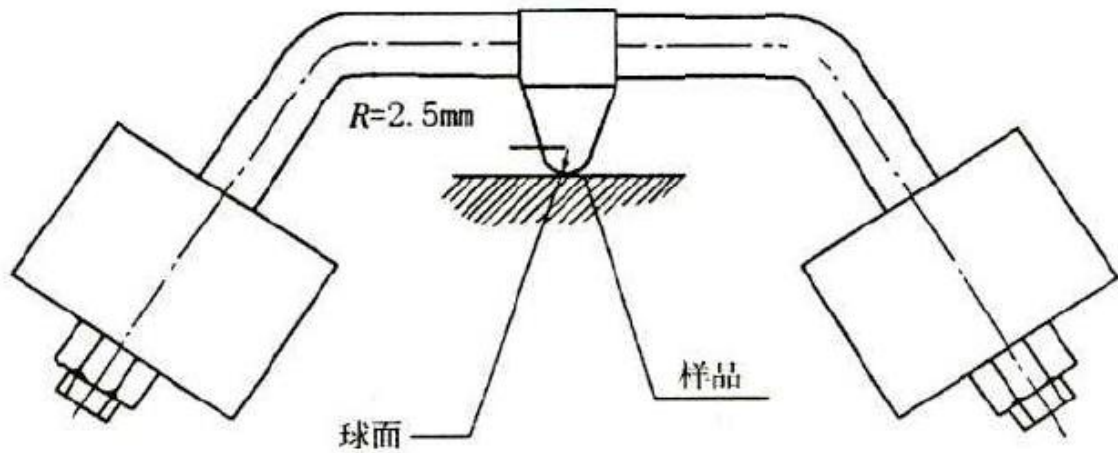


图 16 耐热（球压）试验装置

2 数学模型

压痕直径可以由游标卡尺上直接读出，故

$$d = l$$

d ——压痕直径

l ——游标卡尺读数

3 方差和传播系数

$$u_c = u(l)$$

4 标准不确定度一览表

表 4-1 标准不确定度一览表

标准不确定度分量 u_i	不确定度来源	标准不确定度值 (mm)	$c_i = \partial f / \partial x_i$	$ c_i \times u(x_i)$	自由度

u_1	游标卡尺引起的误差	0.0115	1	0.0115	50
u_2	读数时对线误差	0.0041	1	0.0041	8
u_3	确定压痕边沿的误差	0.125	1	0.082	8
$u_c = 0.083mm$		$v_{eff} = 8$			

5 评定分量标准不确定度

根据试验实际情况，采用 B 类评定。

5.1 由游标卡尺给出的不确定度分量 u_1

根据检定证书，0.02 mm 分度值的游标卡尺，最大偏差为 ± 0.02 mm，均匀分布，相对不确定度为 10%。

$$u_1 = 0.02 / \sqrt{3} = 0.0115mm$$

$$v_1 = (1/2)(10/100)^{-2} = 50,$$

5.2 卡尺读数的对线误差估算的不确定度分量 u_2

0.02 mm 分度值的游标卡尺，估计对线误差为 ± 0.01 mm，三角分布，估计其相对不确定度为 25%。

$$u_2 = 0.01 / \sqrt{6} = 0.0041mm$$

$$v_2 = (1/2)(25/100)^{-2} = 8$$

5.3 确定压痕边界引起的不确定度分量 u_3

测量压痕直径时，用游标卡尺测内径的两刃尖对准压痕边沿，由于压痕很浅，没有明显的界线，所以该项不确定度较大，估计直径最大偏差为 ± 0.2 mm，三角分布，估计相对不确定度为 25%。

$$u_3 = 0.2 / \sqrt{6} = 0.082mm$$

$$v_3 = (1/2)(25/100)^{-2} = 8$$

6 合成标准不确定度

$$\begin{aligned} u_c &= \sqrt{n \sum_{i=1}^n u^2(x_i)} \\ &= \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \\ &= \sqrt{0.0115^2 + 0.0041^2 + 0.082^2} \\ &= 0.083mm \end{aligned}$$

7 有效自由度的计算及包含因子的确定

根据公式 $v_{eff} = u_c^4 / \sum_{i=1}^n \frac{c_i^4 u_i^4}{v_i}$,

故

$$v_{eff} = \frac{u_c^4}{\frac{u_1^4}{v_1} + \frac{u_2^4}{v_2} + \frac{u_3^4}{v_3}}$$

$$= \frac{0.083^4}{\frac{0.01155^4}{50} + \frac{0.0041^4}{8} + \frac{0.082^4}{8}}$$

$$= 8$$

$$k_p = t_p(v_{eff}) = t_{0.95}(8) = 2.31$$

8 扩展不确定度

$$U_p = t_{0.95}(8) \times u_c = 2.31 \times 0.083 = 0.192 \text{ mm}$$

9 不确定度的最后报告

扩展不确定度 $U_p = 0.192 \text{ mm}$

(U_p 由合成标准不确定度 $u_c = 0.083 \text{ mm}$, 按置信水准 $p=0.95$, 自由度 $v=8$ 所得 t 分布临界值——包含因子 $k_p = 2.31$ 而得。)

10 备注

从以上分析中看出, 由于缺乏更准确的确定压痕边沿的方法, 该不确定度分量远远大于其它分量, 试验中其它因素在符合试验要求的情况下对测量结果影响较小, 可忽略不计。

附录 0 噪声测量方法不确定度

1 测量方法

在半消声室内依据 GB4214-84《家用电器噪声声功率级的测定》对家用机电产品进行噪声测量。

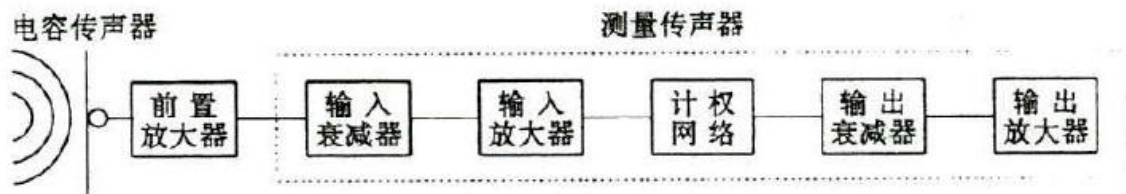


图 17 噪声测量原理

在半消声室内测量出噪声源表面各点的声压级，然后计算出平均声压级和声功率级。

2 数学模型

噪声源表面各点的声压级可由测量放大器的表头直接读取，故

$$L_{pi} = L_i$$

L_{pi} ——第 i 点表面声压级 dB;

L_i ——表头读数 dB

通过公式计算平均声压级和声功率级

$$I_p = 10 \times \lg \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 10^{0.1(L_{pi} - k_{li})} \right]$$

I_p ——平均声压级 dB

L_{pi} ——第 i 点表面声压级 dB

k_{li} ——第 i 点的背景噪声修正值

$$L_w = I_p + 10 \lg \frac{S}{S_0} - k_2 - k_3$$

L_w ——声功率级 dB

s —— 测量表面包络面积 m^2

s_0 —— $1 m^2$

k_2 —— 环境修正值（在半消声室内测量时=0）

k_3 —— 温度、气压修正值，本试验中=0

3 方差与传播系数

根据公式

$$u^2(y) = \sum \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i)$$

1)

$$u_c^2(L_{pi}) = c^2(L_{pi}) u^2(L_i)$$

$$c^2(L_{pi}) = \frac{\partial f}{\partial L_i} = 1$$

故

$$u_c^2(L_{pi}) = u^2(L_i)$$

2)

$$u_c^2(I_p) = \sum c^2(I_p) u^2(L_{pi})$$

$$c^2(I_p) = \frac{\partial f}{\partial L_{pi}} = 1$$

故

$$u_c^2(I_p) = \sum_{i=1}^n u^2(L_{pi}) = n u^2(L_i)$$

3)

$$u_c^2(L_w) = c^2(L_w) u^2(I_p)$$

$$c^2(L_w) = \frac{\partial f}{\partial I_p} = 1$$

故

$$u_c^2(L_w) = u^2(I_p)$$

4 标准不确定度一览表

表 4-1

标准不确定度一览表

标准不确定度分量 u_i	不确定度来源	标准不确定度值 dB	$c_i = \partial f / \partial x_i$	$ c_i \times u(x_i)$	自由度
$u_c(L_i)$	各点声压级不确定度	0.28	\sqrt{n}		7
u_1	测量重复性误差	0.2	1	0.2	2
u_2	传声器校准误差	0.067	1	0.067	50
u_3	传声器指向性误差	0.17	1	0.17	8
u_4	测量放大器误差	0.08	1	0.08	93
u_{41}	表头示值误差	0.033			50
u_{42}	读数误差	0.029			50
u_{43}	衰减器误差	0.017			50
u_{44}	检波器误差	0.067			50
u_f	附加误差分量	0.58	1	0.58	50
$u_c(I_p) = 0.80$ dB		$v_{eff} = 26$			

5 标准不确定度的 A 类评定

实验中对器具(冰箱)进行 3 次重复测量,根据白塞尔公式计算得标准偏差小于 0.2dB,实际测量中取一次测量数据,故

$$u_1 = \sigma_{n-1} = 0.2 \text{ dB}$$

$$v_1 = n - 1 = 2$$

6 标准不确定度的 B 类评定

6.1 电容传声器的校准误差引起的不确定度分量 u_2

电容传声器是用活塞发生器进行校准的,由检定证书知活塞发生器的声压级为 124 ± 0.2 dB,故传声器的校准误差为 0.2dB,正态分布,取 $k=3$,估计相对不确定度 10%。

$$u_2 = \frac{0.2}{3} = 0.067 \text{ dB}$$

$$v_2 = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

6.2 传声器指向声源不准引起的不确定度分量 u_3

测试时要求传声器正对噪声源,即以 0° 角入射,实际由于人员操作误差导致传声器指向声源不准,由传声器说明书指向特性曲线可知,当偏离 30° 时灵敏度变化约为 1.8dB,

实际偏离约 $\pm 5^\circ$ 引起约 0.3dB 的变化, 认为服从均匀分布, 相对不确定度为 25%。

$$u_3 = \frac{0.3}{\sqrt{3}} = 0.17 \text{ dB}$$

$$v_3 = (1/2)(25/100)^{-2} = 8$$

6.3 测量放大器引起的不确定度分量 u_4

6.3.1 表头示值误差引起的不确定度分量

由仪器说明书测量声压时, 数字部分的精度为 $\pm 0.1\text{dB}$, 正态分布, 取 $k=3$, 估计相对不确定度 10%。

$$u_{41} = \frac{0.1}{3} = 0.033 \text{ dB}$$

$$v_{41} = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

6.3.2 表头读数误差引起的不确定度分量

表头一格 0.5dB, 估读误差为 1/10 格, 即 0.05dB, 认为在半宽为 0.05dB 内均匀分布, 估计相对不确定度 10%。

$$u_{42} = \frac{0.05}{\sqrt{3}} = 0.029 \text{ dB}$$

$$v_{42} = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

3) 衰减器系统误差引起的不确定度分量

由产品说明书可知测量放大器中衰减器误差为 $\pm 0.05\text{dB}$, 正态分布, 取 $k=3$, 估计相对不确定度 10%。

$$u_{43} = \frac{0.05}{3} = 0.017 \text{ dB}$$

$$v_{43} = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

4) 检波器系统误差引起的不确定度分量

由产品说明书可知, 检波器的通常测量精度为 $\pm 0.2\text{dB}$, 正态分布, 取 $k=3$, 估计相对不确定度 10%。

$$u_{44} = \frac{0.2}{3} = 0.067 \text{ dB}$$

$$v_{44} = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

故

$$\begin{aligned}
 u_4 &= \sqrt{u_{41}^2 + u_{42}^2 + u_{43}^2 + u_{44}^2} \\
 &= \sqrt{0.033^2 + 0.029^2 + 0.017^2 + 0.067^2} \\
 &= 0.08 \\
 v_4 &= \frac{0.08^4}{\frac{0.03^4}{50} + \frac{0.029^4}{50} + \frac{0.017^4}{50} + \frac{0.067^4}{50}} = 93
 \end{aligned}$$

5) 环境、人员引起的不确定度分量

由于本实验在半消声室内进行，读数与测试分在两室，因此环境和人员的影响忽略不计。

故

$$\begin{aligned}
 u_c(L_i) &= \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2} \\
 &= \sqrt{0.2^2 + 0.067^2 + 0.17^2 + 0.08^2} = 0.28 \text{ dB} \\
 v(L_i) &= \frac{u_c^4(L_i)}{\sum \frac{u_i^4}{v_i}} = \frac{0.28^4}{\frac{0.2^4}{2} + \frac{0.067^4}{50} + \frac{0.17^4}{8} + \frac{0.08^4}{93}} = 7
 \end{aligned}$$

7 合成标准不确定度

$$1) \quad u_c(L_i) = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2} = \sqrt{0.2^2 + 0.067^2 + 0.17^2 + 0.08^2} = 0.28 \text{ dB}$$

2) 计算平均声压级时，矩形六面体法测点应为 9 点，实测 4 点，引起附加偏差极限值为 1dB，服从均匀分布，估计相对不确定度分量 10%。

$$\begin{aligned}
 u_f &= \frac{1}{\sqrt{3}} = 0.58 \text{ dB} \\
 v_f &= (1/2)(10/100)^{-2} = 50 \\
 u_c^2(I_p) &= (\sqrt{n}u_c(L_i))^2 + u_f^2 = (2 \times 0.28)^2 + 0.58^2 = 0.65 \\
 u_c(I_p) &= 0.8
 \end{aligned}$$

8 有效自由度的计算及包含因子的确定

$$1) \quad v(L_i) = \frac{u_c^4(L_i)}{\sum \frac{u_i^4}{v_i}} = \frac{0.28^4}{\frac{0.2^4}{2} + \frac{0.067^4}{50} + \frac{0.17^4}{8} + \frac{0.08^4}{93}} = 7$$

$$k_p = t_p(v_{eff}) = t_{0.95}(7) = 2.36$$

$$2) \quad v_{eff} = \frac{u_c^4(I_p)}{\left[\frac{\sqrt{n}u_c(L_i)}{v(L_i)} \right]^4 + \frac{u_f^4}{v_f}} = \frac{0.8^4}{\frac{(2 \times 0.28)^4}{7} + \frac{0.58^4}{50}} = 26$$

$$k_p = t_p(v_{eff}) = t_{0.95}(26) = 2.06$$

9 扩展不确定度

$$U_p(L_i) = k_p u_c(L_i) = 2.36 \times 0.28 = 0.66 \text{ dB}$$

$$U_p(I_p) = k_p u_c(I_p) = 2.06 \times 0.8 = 1.65 \text{ dB}$$

$$U_p(L_w) = U_p(I_p) = 1.65 \text{ dB}$$

10 不确定度的最后报告

6) 表面各点声压级扩展不确定度 $U_p = 0.66\text{dB}$

(U 由合成标准不确定度 $u_c = 0.28\text{dB}$ ，按置信水准 $p=0.95$ ，自由度 $v=7$ 所得 t 分布临界值——包含因子 $k_p = 2.36$ 而得。)

2) 平均声压级、声功率级扩展不确定度 $U_p = 1.65\text{dB}$

(U 由合成标准不确定度 $u_c = 0.80\text{dB}$ ，按置信水准 $p=0.95$ ，自由度 $v=26$ 所得 t 分布临界值——包含因子 $k_p = 2.06$ 而得。)

11 备注

11.1 本实验中采用的是 2639 型前置放大器，由检定证书知其配 4165 型传声器的传输损失为 0.2dB，此项应为可修正系统误差。

11.2 延伸电缆 3~10m 引入的附加衰减约为 0.5dB，此项为可修正系统误差。

附录 P 平衡环境型房间量热计测量空调器制冷量的不确定度

1 测量方法

如图所示，量热计用绝热隔墙分成内侧隔室和外侧隔室，分别装有空气再处理机组，以保持室内、外侧的空气循环和规定的工况条件。室内侧再处理机组包括供给显热的加热器、加湿用的加湿器；室外侧再处理机组包括冷却、去湿和加湿设备，其能量可以控制并可测量。

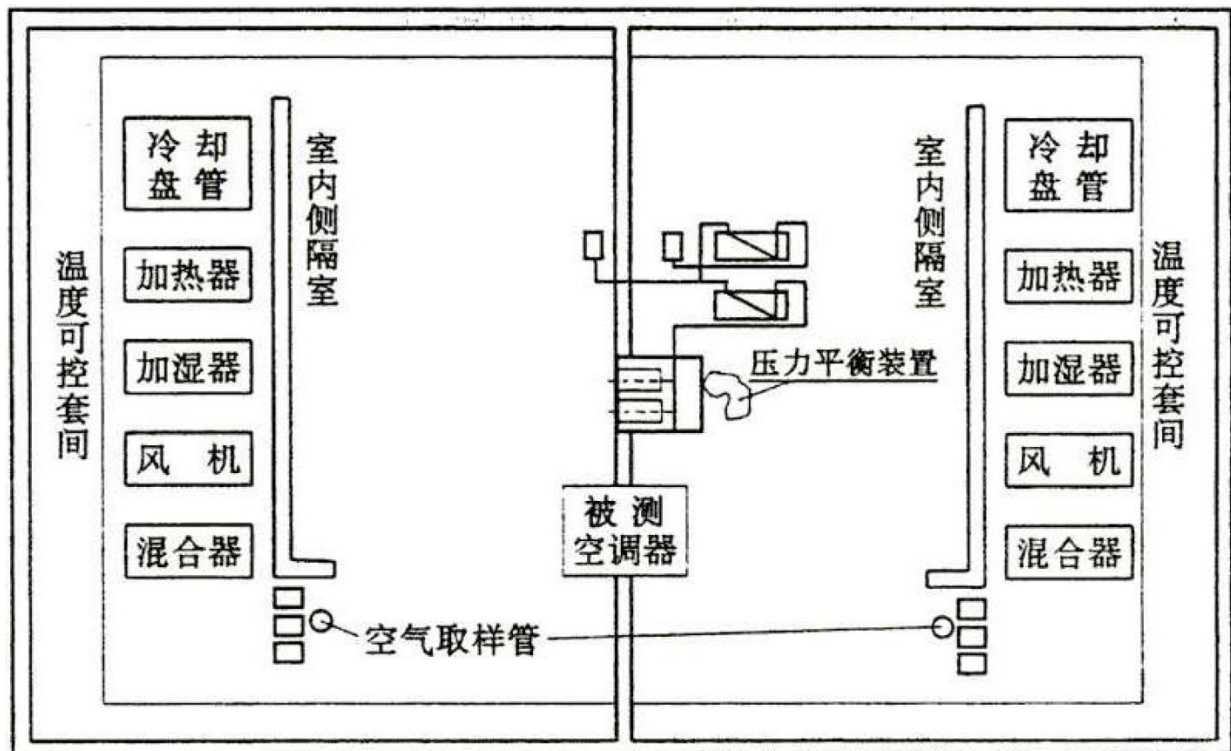


图 18 平衡环境型房间量热计

两室的再处理机组都安装风机，风量分别不小于被测空调器室内侧或室外侧循环风量的两倍，再处理机组出风口处风速应低于 1.0m/s 。空调器的正常安装，调节压力平衡装置使两室之间的压力差不大于 1.25Pa 。空调器的迎面风速不超过 0.5m/s 。室内侧和室外侧隔室的外面分别设有温度可控套间，使套间内的干球温度分别等于室内侧和室外侧的干球温度。湿球温度相等或量热计室不漏气漏湿。干湿球所测得的温度应能代表空调器周围的环境温度，并尽可能接近机组实际工作时的环境状态。温度测点在循环气流的上游，不受被测空调器的送风影响。通过测定用于平衡制冷量和除湿量所输入量热计室内侧的热量和水量来确定空调器室内侧的制冷量。

2 数学模型

室内侧测定的空调器总制冷量：

$$\Phi_{tci} = \sum P_t + (h_{w1} - h_{w2}) W_t + \Phi_{1P} + \Phi_{lt}$$

式中： Φ_{tci} ——室内侧测定的空调器总制冷量， w ；

$\sum P_t$ ——室内侧的总输入功率， w ；

h_{w1} ——加湿水焓值， kJ/kg ；

h_{w2} ——凝结水焓值， kJ/kg ；

W_t ——空调器内的冷凝水量， g/s ；

Φ_{1P} ——中间隔墙的漏热量， w ；

Φ_{lt} ——室内侧向外的漏热量， w ；

由于 1、量热计隔室环境温度、湿度等条件波动对制冷量测量的影响较大；2、

$\Phi_{1P} = k \cdot \Delta T_{1p}$ ， $\Phi_{lt} = k' \cdot \Delta T_{lt}$ ， k 、 k' 由标定试验确定，故考虑将模型转化为

$$\Phi_{tci} = \sum P_t + (h_{w1} - h_{w2}) W_t + k \cdot \Delta T_{1p} + k' \cdot \Delta T_{lt} + \Phi_e$$

Φ_e ——环境波动的影响量， w ；

k ——中间隔墙漏热系数， $w/^\circ C$ ；

k' ——室内侧与内套间及室外侧与外套间的漏热系数， $w/^\circ C$ ；

ΔT_{1p} ——中间隔墙两侧温差， $^\circ C$ ；

ΔT_{lt} ——室内侧与内套间温差， $^\circ C$ ；

部分实验数据

$$\overline{\Phi}_{tci} = 4364.56 w$$

$$h_{w1} = 13.02 kJ/kg$$

$$h_{w2} = 0.91 kJ/kg$$

$$W_t = 0.02 g/s$$

$$k = 5.85 w/^\circ C$$

$$k' = 19.997 w/^\circ C$$

$$\Delta T_{1p} = 1.20 ^\circ C$$

$$\Delta T_{1t} = 0.45 \text{ } ^\circ\text{C}$$

3 方差和传播系数

依据
$$u_c^2(y) = \sum [\partial f / \partial x_i]^2 u^2(x_i),$$

得
$$u_c^2 = u_c^2(\Phi_{t,c}) = \sum_{i=1}^9 c_i^2 u_i^2$$

式中:
$$c_1 = \partial \Phi_{t,c} / \partial \sum P_t = 1;$$

$$c_2 = \partial \Phi_{t,c} / \partial h_{w1} = w_t;$$

$$c_3 = \partial \Phi_{t,c} / \partial h_{w2} = -w_t;$$

$$c_4 = \partial \Phi_{t,c} / \partial w_t = h_{w1} - h_{w2};$$

$$c_5 = \partial \Phi_{t,c} / \partial k = \Delta T_{1p};$$

$$c_6 = \partial \Phi_{t,c} / \partial \Delta T_{1p} = k;$$

$$c_7 = \partial \Phi_{t,c} / \partial k' = \Delta T_{1t};$$

$$c_8 = \partial \Phi_{t,c} / \partial \Delta T_{1t} = k';$$

$$c_9 = \partial \Phi_{t,c} / \partial \Phi_e = 1;$$

$u_1、u_2 \cdots u_9$ 分别表示 $\sum P_t、h_{w1}、h_{w2}、w_t、k、\Delta T_{1p}、k'、\Delta T_{1t}$ 和 Φ_e 的不确定度。

4 标准不确定度一览表

表 4-1 标准不确定度一览表

标准不确定度分量 u_i	不确定度来源	标准不确定度值	$c_i = \partial f / \partial x_i$	$ c_i \times u(x_i)$	自由度
u_1	输入总功率误差	12.396	1	12.396	50
u_2	加湿水温即焓值误差	0.242	0.006	0.001	50
u_3	冷凝水温即焓值误差	0.242	0.006	0.001	50
u_4	蒸发水量误差	0.0002	12.11	0.002	50
u_5	中间隔墙漏热系数误差	0.198	11.20	2.218	14
u_6	隔墙两侧温差误差	1.633	5.85	1.170	2

u_7	室内侧向内套间漏热系数误差	0.064	0.45	0.029	12
u_8	室内侧与内套间温差误差	0.578	19.997	1.320	2
u_9	环境条件波动引起的误差	3.203	1	3.203	6

$$u_c = 19.79 \text{ W}$$

$$v_{\text{eff}} = 11$$

5 标准不确定度的 A 类评定

5.1 根据房间漏热标定试验

计算平均功率为：

$$\bar{P}_f = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 P_{fi} = 440.75 \text{ W},$$

单次测量标准不确定度用白塞尔公式算出：

$$u(P_{fi}) = \sqrt{\frac{1}{8-1} \sum_{i=1}^8 (P_{fi} - \bar{P})^2} = 3.012 \text{ W},$$

平均功率标准不确定度：

$$u(\bar{P}_f) = u(P_{fi}) / \sqrt{8} = 1.065 \text{ W},$$

自由度为：

$$v(P_f) = 8 - 1 = 7$$

同样的，平均温差为：

$$\Delta \bar{T}_f = 11.02 \text{ } ^\circ\text{C},$$

平均温差的标准不确定度、自由度为：

$$u(\Delta \bar{T}_f) = 0.023 \text{ } ^\circ\text{C},$$

$$v(\Delta T_f) = 7$$

5.2 根据中间隔墙漏热的标定试验，

计算平均功率为：

$$\bar{P}_z = 288.75 \text{ W},$$

平均功率的标准不确定度、自由度为：

$$u(\bar{P}_z) = 1.567 \text{ W},$$

$$v(P_z) = 7$$

平均温差为:

$$\Delta\bar{T}_z = 11.17 \text{ }^\circ\text{C},$$

平均温差的标准不确定度、自由度为:

$$u(\Delta\bar{T}_z) = 0.054 \text{ }^\circ\text{C},$$

$$v(\Delta T_z) = 7$$

5.3 环境条件波动引起的不确定度分量 u_9

制冷量为七次不同时刻读数的平均值，根据白塞尔公式，其标准不确定度为:

$$u_9 = \frac{1}{7} \sqrt{\frac{1}{7-1} \sum_1^7 (\Phi_{tci} - \bar{\Phi}_{tci})^2} = 3.203 \text{ W}$$

$$v_9 = 7 - 1 = 6$$

6 标准不确定度的B类评定

6.1 由功率表带来的不确定度分量 u_1

根据检定证书，功率表测量总输入功率时最大偏差 $\pm 4294.14 \times 0.5\% = \pm 21.471 \text{ W}$ ，均匀分布，估计相对不确定度为 10%。

$$u_1 = 21.471 / \sqrt{3} = 12.396 \text{ W},$$

$$v_1 = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

6.2 加湿水焓值的不确定度分量 u_2

根据检定证书，温度数据采集系统的最大偏差为 $\pm 0.1 \text{ }^\circ\text{C}$ ，加湿水焓值由温度值确定，故水焓值的最大偏差为 $\pm 0.419 \text{ kJ/kg}$ ，均匀分布，估计相对不确定度为 10%。

$$u_2 = 0.419 / \sqrt{3} = 0.242 \text{ kJ/kg},$$

$$v_2 = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

6.3 冷凝水焓值的不确定度分量 u_3

根据检定证书，温度数据采集系统的最大偏差为 $\pm 0.1 \text{ }^\circ\text{C}$ ，冷凝水焓值由温度值确定，故水焓值的最大偏差为 $\pm 0.419 \text{ kJ/kg}$ ，均匀分布，估计相对不确定度为 10%。

$$u_3 = 0.419 / \sqrt{3} = 0.242 \text{ kJ/kg},$$

$$v_3 = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

6.4 液位计引起的不确定度分量 u_4

根据检定证书，测量加湿器中水蒸发量的液位计，最大偏差为 $\pm 0.006 \times 5\% = \pm 0.0003 \text{g/s}$ ，均匀分布，估计相对不确定度为 10%。

$$u_4 = 0.0003 / \sqrt{3} = 0.0002 \text{g/s},$$

$$v_4 = (1/2)(10/100)^{-2} = 50$$

6.5 中间隔墙漏热系数的不确定度分量 u_5

中间隔墙漏热系数

$$k = \frac{\bar{P}_z - k' \cdot \Delta \bar{T}_z}{\Delta \bar{T}_z} = \frac{288.75 - 19.997 \cdot 11.17}{11.17} = 5.85$$

根据公式

$$u_5^2 = \left(\frac{\partial k}{\partial \bar{P}_z} \cdot u(\bar{P}_z) \right)^2 + \left(\frac{\partial k}{\partial k'} \cdot u(k') \right)^2 + \left(\frac{\partial k}{\partial \Delta \bar{T}_z} \cdot u(\Delta \bar{T}_z) \right)^2,$$

故

$$\begin{aligned} u_5 &= \sqrt{\left[\frac{1}{\Delta \bar{T}_z} \cdot u(\bar{P}_z) \right]^2 + [-1 \cdot u(k')]^2 + \left[\frac{\bar{P}_z}{-\Delta \bar{T}_z^2} \cdot u(\Delta \bar{T}_z) \right]^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{1.567}{11.17} \right)^2 + (0.064)^2 + \left(\frac{288.75 \cdot 0.054}{-11.17^2} \right)^2} \\ &= \sqrt{0.140^2 + 0.064^2 + 0.125^2} \\ &= 0.198 \text{ w/}^\circ\text{C}, \end{aligned}$$

$$v_5 = \frac{0.198^4}{\frac{0.140^4}{6} + \frac{0.064^4}{12} + \frac{0.125^4}{6}} = 14$$

6.6 中间隔墙两侧温差的确定度分量 u_6

由于温度场的不均匀，采样测得中间隔墙两侧温差与实际值存在差异，估计其最大偏差为 $\pm 2 \text{ }^\circ\text{C}$ ，三角分布，估计其相对不确定度为 50%。这里仪器误差较小，可忽略不计。

$$u_6 = 2 \times \sqrt{\frac{2}{3}} = 1.633 \text{ }^\circ\text{C},$$

$$v_6 = (1/2)(50/100)^{-2} = 2$$

6.7 量热计室向外漏热系数的不确定度分量 u_7

量热计室向外的漏热系数

$$k' = \frac{\frac{1}{2} \bar{P}_f}{\Delta \bar{T}_f} = \frac{220.375}{11.02} = 19.997 \text{ W/}^\circ\text{C},$$

根据公式

$$u_7^2 = \left(\frac{\partial k'}{\partial \bar{P}_f} \cdot u(\bar{P}_f) \right)^2 + \left(\frac{\partial k'}{\partial \Delta \bar{T}_f} \cdot u(\Delta \bar{T}_f) \right)^2$$

故

$$\begin{aligned} u_7 &= \frac{1}{2} \sqrt{\left[\frac{1}{\Delta \bar{T}_f} \cdot u(\bar{P}_f) \right]^2 + \left[\frac{\bar{P}_f}{-\Delta \bar{T}_f^2} \cdot u(\Delta \bar{T}_f) \right]^2} \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{1.065}{11.02} \right)^2 + \left(\frac{440.75 \cdot 0.023}{-11.02^2} \right)^2} \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{0.097^2 + 0.083^2} \\ &= 0.064 \text{ W/}^\circ\text{C}, \\ v_7 &= \frac{0.064^4}{\frac{(0.097/2)^4}{6} + \frac{(0.083/2)^4}{6}} = 12 \end{aligned}$$

6.8 内套间与室内侧温差的不确定度 u_8

由于室内侧温度场的不均匀，采样测得内套间与室内侧温差与实际值存在差异，估计其最大偏差为 $\pm 1^\circ\text{C}$ ，均匀分布，估计其相对不确定度为 50%。这里仪器误差较小，可忽略不计。

$$\begin{aligned} u_8 &= \frac{1}{\sqrt{3}} = 0.578 \text{ }^\circ\text{C}, \\ v_8 &= (1/2)(50/100)^{-2} = 2 \end{aligned}$$

7 合成标准不确定度

$$u_c^2(\Phi_{tci}) = \sum_{i=1}^9 c_i^2 u_i^2$$

各传播系数、不确定度分量及自由度

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
c_i	1	0.006	0.006	12.11	11.20	5.85	0.45	19.997	1
u_i	12.396	0.242	0.242	0.0002	0.198	1.633	0.064	0.578	3.203
v_i	50	50	50	50	14	2	12	2	6

$$\begin{aligned}
 u_c^2 &= 12.396^2 + 0.006^2 \cdot 0.242^2 + 0.006^2 \cdot 0.242^2 \\
 &\quad + 12.11^2 \cdot 0.0002^2 + 11.20^2 \cdot 0.198^2 + 5.85^2 \cdot 1.633^2 \\
 &\quad + 0.45^2 \cdot 0.064^2 + 19.997^2 \cdot 0.578^2 + 3.203^2 \\
 &= 391.651 \\
 u_c &= 19.79 \text{ w}
 \end{aligned}$$

8 有效自由度的计算及包含因子的确定

$$\begin{aligned}
 v_{eff} &= u_c^4 / \sum_{i=1}^9 \frac{c_i^4 u_i^4}{v_i} \\
 &= 19.79^4 / \left(\frac{12.396^4}{50} + \frac{0.001^4}{50} + \frac{0.001^4}{50} + \frac{0.002^4}{50} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{2.218^4}{14} + \frac{9.553^4}{2} + \frac{0.029}{12} + \frac{11.558^4}{2} + \frac{3.203^4}{6} \right) \\
 &= 11
 \end{aligned}$$

$$\text{包含因子 } k_p = t_p(v_{eff}) = t_{0.95}(11) = 2.20$$

9 扩展不确定度

$$U_p = t_{0.95}(11) \times u_c = 2.20 \times 19.79 = 43.54 \text{ w}$$

10 不确定度的最后报告

扩展不确定度 $U_p = 43.54 \text{ w}$

(U_p 由合成标准不确定度 $u_c = 19.79 \text{ w}$, 按置信水准 $p=0.95$, 自由度 $v=11$ 所得 t 分布临界值——包含因子 $k_p = 2.20$ 而得。)

11 备注

当环境温度平均值偏离 27℃时，应在给出测量结果时说明是在什么温度下测得，或将其引起的偏差作为系统误差加以修正。

附录 Q t 分布临界值 $t_p(v)$ 表

自由度 v 的 t 分布临界值 $t_p(v)$ ，此值确定的区间 $-t_p(v)$ 至 $t_p(v)$ 含分布的 p 。

自由度 v	$p\%$					
	68.27 ^(a)	90	95	95.45 ^(a)	99	99.73 ^(a)
1	1.84	6.31	12.71	13.97	63.66	235.80
2	1.32	2.92	4.30	4.53	9.92	19.21
3	1.20	2.35	3.18	3.31	9.84	9.22
4	1.14	2.13	2.78	2.87	4.60	6.62
5	1.11	2.02	2.57	2.65	4.03	5.51
6	1.09	1.94	2.45	2.52	3.71	4.90
7	1.08	1.89	2.36	2.43	3.50	4.53
8	1.07	1.86	2.31	2.37	3.36	4.28
9	1.06	1.83	2.26	2.32	3.25	4.09
10	1.05	1.81	2.23	2.28	3.17	3.96
11	1.05	1.80	2.20	2.25	3.11	3.85
12	1.04	1.78	2.18	2.23	3.05	3.76
13	1.04	1.77	2.16	2.21	3.01	3.69
14	1.04	1.76	2.14	2.20	2.98	3.64
15	1.03	1.75	2.13	2.18	2.95	3.59
16	1.03	1.75	2.12	2.17	2.92	3.54
17	1.03	1.74	2.11	2.16	2.90	3.51
18	1.03	1.73	2.10	2.15	2.88	3.48
19	1.03	1.73	2.09	2.14	2.86	3.45
20	1.03	1.72	2.09	2.13	2.85	3.42
25	1.02	1.71	2.06	2.11	2.79	3.33
30	1.02	1.70	2.04	2.09	2.75	3.27
35	1.01	1.70	2.03	2.07	2.72	3.23
40	1.01	1.68	2.02	2.06	2.70	3.20
45	1.01	1.68	2.01	2.06	2.69	3.18
50	1.01	1.68	2.01	2.05	2.68	3.16
100	1.005	1.660	1.984	2.025	2.626	3.077
∞	1.000	1.645	1.860	2.000	2.576	3.000

(a) 对期望 μ ，方差 σ 的正态分布描述量 X ，当 $k=1, 2, 3$ 时 $\mu_x \pm k\sigma$ 区间分别包含分布的 68.27%，95.45%，99.73%

参考文献

- 1 BIPM-IEC-IFCC-ISO-IUPAC-IUPAP-OIML. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM). ISO, 1995
- 7) 刘智敏. 不确定度原理. 中国计量出版社, 1993
- 8) 刘智敏, 刘凤. 现代不确定度方法与应用. 中国计量出版社, 1997
- 9) 杨世元等. 测量设备的质量控制和保证. 国防工业出版社, 1997
- 10) 杨世元等. 工业计量管理. 中国计量出版社, 1995
- 11) 杨世元. 测量不确定度的系统控制. 第一届海峡两岸计量科技学术研讨会论文集. 计量学报社出版, 1995.10
- 12) 杨世元. 计量对仪器质量的系统控制和保证. 第一届海峡两岸计量科技学术研讨会论文集. 计量学报社出版, 1995.10
- 13) 杨世元等. 论计量系统工程. 系统工程理论与实践, 1995.No.11
- 14) Yang Shiyuan. Use of System Engineering in Modern Metrology. Journal of Systems Science and Systems Engineering, 1995.No.1
- 15) 杨世元. 仪器质量保证的系统理论和方法. 仪器仪表学报, 1994.No.4
- 16) 杨世元. 论 ISO100012-1 国际标准的系统科学性. 合肥工业大学学报, 1995.No.1
- 17) Yang Shiyuan etc.. Information Technology's effect on Quality engineering Innobation Facing the 21st Century. The Proceedings of the 3rd International Conference on Management, July 1998. Published by China Higher Education Press and Springer-Verlag Berlin Heidelberg
- 18) 杨世元, 姜萍萍, 曹敏. 基于先进制造技术的质量控制的灰色模型研究. 中国学术期刊文摘, 1999.No.4
- 19) 刘智敏, 陈坤尧等. 测量不确定度手册. 中国计量出版社, 1997
- 20) 李慎安. 测量结果不确定度的估计与表达
- 21) 费业泰主编. 误差理论与数据处理. 机械工业出版社, 1986
- 22) 陈奕钦主编. 测量不确定度“93 国际指南”应用实例. 中国计量出版社, 1998
- 23) 沙定国, 刘智敏. 测量不确定度的表示方法. 中国科学技术出版社, 1994
- 24) 肖明耀, 康金玉. 测量不确定度表达指南. 中国计量出版社, 1994
- 25) 盛骤等. 概率论与数理统计. 高等教育出版社, 1989
- 26) 唐家能等. 数理统计. 机械工业出版社, 1994